Universidade Federal do ABC
Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas
Trabalho de Graduação em Engenharia de Informação

Construção de uma plataforma didática analógica para o ensino de controle

Juliana Caroline Ferreira de Morais

Santo André, SP
2026

Juliana Caroline Ferreira de Morais

Construção de uma plataforma didática analógica para o ensino de controle

Monografia apresentada ao Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal do ABC, como requisito para obtenção do título de Bacharela em Engenharia de Informação.

Orientador: Prof. Dr. Helói Francisco Gentil Genari.

Coorientadora: Profa. Dra. Victoria Alejandra Salazar Herrera.

Santo André, SP
2026

Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do ABC
Elaborada pelo Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da UFABC
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Ferreira de Morais, Juliana Caroline
Construção de uma plataforma didática analógica para o ensino de controle / Juliana Caroline Ferreira de Morais. — 2026.

49 fls. : il.

Orientação de: Helói Francisco Gentil Genari
Coorientação de: Victoria Alejandra Salazar Herrera

Trabalho de Conclusão de Curso — Universidade Federal do ABC, Bacharelado em Engenharia de Informação, Santo André, 2026.

1. Controle por avanço. 2. Erro estacionário. 3. Lugar das Raízes. 4. Identificação. 5. Plataforma didática. I. Gentil Genari, Helói Francisco. II. Salazar Herrera, Victoria Alejandra. III. Bacharelado em Engenharia de Informação, 2026. IV. Título.

« Plus un fait est extraordinaire, plus il a besoin d'être appuyé par de fortes preuves. » — P.-S. Laplace, Essai philosophique sur les probabilités, 1814.

Agradecimentos

Agradeço com admiração e respeito aos professores João Henrique Ranhel Ribeiro e Victoria Alejandra Salazar Herrera por todo conhecimento em eletrônica analógica e eletrônica digital ensinados, bem como agradeço por aceitarem fazer parte da banca de avaliação desta monografia e da coorientação.

Agradeço com admiração e respeito igualmente ao professor Helói Francisco Gentil Genari com quem tanto aprendi sobre sistemas de controle. Um pesquisador de rigor e um docente cuja proximidade e genuíno interesse por seus discentes inspiram o ambiente acadêmico. Agradeço especialmente por sua orientação e apoio contínuo ao longo deste projeto.

Gostaria de agradecer ao professor Stilante Koch Manfrin com profunda admiração e respeito pelos ensinamentos compartilhados, e em particular nas áreas de eletromagnetismo e ondas de rádio, que ampliaram meu horizonte de conhecimentos em elétrica e eletrônica e são as bases para a engenheira que me torno hoje. Assim como agradeço por aceitar fazer parte da banca de avaliação deste projeto.

Expresso meu agradecimento aos técnicos dos laboratórios de engenharia da Universidade Federal do ABC e em especial as técnicas Marta Martins e Lívia Castro pelo apoio e ensinamentos que contribuíram para a minha formação.

Aos amigos e colegas da Universidade Federal do ABC. Meu sincero agradecimento pela parceria, pela paciência generosa e por cada momento de aprendizado conjunto, que tornaram essa jornada mais leve e enriquecedora.

À minha família, pelo apoio incondicional em todas as etapas da minha formação e por serem a base de todas as minhas conquistas. Em especial ao meu pai, Pedro Rabelo de Morais, um homem trabalhador que nunca se furtou das responsabilidades como pai. À minha mãe Teodora Ferreira, uma mulher doce e forte que carrega em seu coração bondade e amor por seus filhos e netos. Ao meu padrasto Vicente Juvelho, um homem íntegro e dedicado à sua família, e que me acolheu como filha com afeto e cuidado. Aos meus irmãos Danilo Morais e Kamyla Morais Duarte, com quem tanto aprendo e aprendi sobre o amor. Aos meus lindos sobrinhos Matheus Morais Duarte e Miguel Morais Duarte, anjos em minha vida.

Em memória de Luann Oshiro

Resumo

A teoria de controle é um pilar fundamental e indispensável do desenvolvimento da sociedade moderna. Sua natureza intrinsecamente matemática, que lida com equações íntegro-diferenciais para descrever o comportamento dinâmico do sistema, exige um alto nível de abstração por parte dos estudantes de graduação em engenharia. A integração com atividades experimentais é fundamental para consolidar conceitos teóricos e desenvolver competências práticas. Neste contexto, este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma plataforma didática analógica para o ensino de controle, abrangendo desde a modelagem analítica e simulação em softwares como LTspice e MATLAB até a implementação física de hardware analógico. A aquisição de dados experimentais foi realizada por meio da plataforma NI ELVIS II integrada ao MATLAB/Simulink e o pós-processamento realizado via scripts em MATLAB. Os resultados demonstraram compatibilidade entre os dados analíticos, simulados e experimentais. O projeto do controlador de erro estacionário garantiu erro nulo em regime permanente em relação à entrada degrau unitário, enquanto o compensador por avanço de fase assegurou que o sobressinal e o tempo de estabilização atingissem os requisitos de projeto. Conclui-se que a plataforma é uma ferramenta viável para reprodutibilidade, visando potencializar o desempenho acadêmico e a melhor formação dos estudantes.

Palavras-chave: Controle por avanço; Erro estacionário; Lugar das Raízes; Identificação; Plataforma didática.

Abstract

Control theory is a fundamental and indispensable pillar of modern society's development. Its intrinsically mathematical nature, which employs integro-differential equations to describe the behavior of dynamic systems, demands a high level of abstraction from undergraduate engineering students. The integration of experimental activities becomes effective in consolidating theoretical concepts and developing practical skills. This work presents the development of an analog didactic platform for control education, encompassing analytical modeling and simulation in software such as LTspice and MATLAB, as well as the physical implementation of analog hardware. Experimental data acquisition was performed using the NI ELVIS II platform integrated with MATLAB/Simulink, and post-processing was conducted with MATLAB scripts. The results demonstrated compatibility among analytical, simulated, and experimental data. The steady-state error controller design ensured zero steady-state error relative to the unit step reference, while the lead compensator ensured that the overshoot and settling time met the design requirements. In conclusion, the platform is a viable tool for reproducibility, aiming to enhance academic performance and improve student training.

Keywords: Lead Control; Steady-State Error; Root Locus; System Identification; Educational Platform.

Sumário

1 Introdução **11**
1.1 Objetivos . . . 12
1.2 Organização do trabalho . . . 12

2 Fundamentos Teóricos **13**
2.1 Modelagem de um sistema de controle linear e invariante no tempo . . . 13
2.1.1 Função de transferência . . . 14
2.1.2 Sistema de primeira ordem . . . 14
2.1.3 Sistema de segunda ordem . . . 16
2.2 Modelagem de circuitos com amplicador operacional . . . 17
2.3 Projeto de controlador pelo método do lugar das raízes . . . 18
2.3.1 Controlador proporcional que assegura erro estacionário . . . 19

3 Modelagem, Simulação e Construção Experimental de Bancada de Controle Analógico **21**
3.1 Instrumentação e processamento . . . 22
3.2 Entrada do sistema . . . 23
3.3 Comparador . . . 23
3.4 Planta P(s) . . . 26
3.4.1 Primeiro estágio (S_1) . . . 27
3.4.2 Segundo estágio (S_2) . . . 28
3.4.3 Terceiro estágio (S_3) . . . 29
3.4.4 Quarto estágio (S_4) . . . 31
3.5 Controladores . . . 34
3.5.1 Controlador por avanço K(s) . . . 34
3.5.2 Controlador proporcional L(s) . . . 38
3.6 Resultados do sistema de controle . . . 40
3.6.1 Sinal de entrada R(s) . . . 41
3.6.2 Sinal de saída $\bar{R}(s)$ . . . 42
3.6.3 Sinal de erro $\bar{E}(s)$ . . . 43
3.6.4 Sinal de controle U(s) . . . 44
3.6.5 Sinal de saída Y(s) . . . 44

4 Conclusão **46**

Lista de Figuras

1 Sistema de controle em malha aberta . . . 13
2 Sistema de controle em malha fechada . . . 13
3 Representação de um processo a ser controlado . . . 14
4 Resposta ao degrau unitário do sistema de primeira ordem . . . 15
5 Resposta ao degrau unitário de um sistema de segunda ordem subamortecido com amplitude normalizada pelo valor de regime γ. . . . 17
6 Esquemático de um circuito com amplificador operacional modelado com impedâncias complexas . . . 17
7 Diagrama de blocos de um sistema de controle em malha fechada . . . 18
8 Diagrama de blocos de controlador proporcional com realimentação unitária . . . 19
9 Representação da bancada de controle analógico em diagrama de blocos . . . 21
10 Avaliação e testes da plataforma didática realizados em bancada . . . 21
11 Sinal de entrada do sistema visto do Gerador de Sinais . . . 23
12 Representação esquemática do circuito comparador . . . 24
13 Sinais de teste para o circuito comparador vistos do osciloscópio . . . 25
14 Protótipo do comparador . . . 26
15 Esquemático da planta em malha aberta (LTspice) . . . 27
16 Sinais de saída do 1º estágio: Experimental (NI ELVIS) vs Simulação (LTspice) vs Simulação (Simulink) vs Modelo (Identificado) . . . 27
17 Sinais de saída do 2º estágio: Experimental (NI ELVIS) vs Simulação (LTspice) vs Modelo (Identificado) . . . 29
18 Sinais de saída do 3º estágio: Experimental (NI ELVIS) vs Simulação (LTspice) vs Modelo (Identificado) . . . 30
19 Sinais de saída do 4º estágio: Experimental (NI ELVIS) vs Simulação (LTspice) vs Modelo (Identificado) . . . 31
20 Modelagem da planta em malha aberta através do MATLAB (Simulink) . . . 32
21 Aquisição dos sinais experimentais da planta via NI ELVIS II . . . 33
22 Protótipo de planta P(s) . . . 34
23 Representação gráfica da condição de ângulo do Lugar das Raízes . . . 36
24 Representação esquemática de um compensador por avanço de fase . . . 37
25 Protótipo do controlador por avanço K(s) . . . 38
26 Representação esquemática de um compensador proporcional . . . 39
27 Protótipo do controlador proporcional L(s) . . . 40
28 Processo de aquisição dos sinais dos subsistemas via NI ELVIS II . . . 41
29 Processo de aquisição e visualização dos sinais dos subsistemas via MATLAB/-Simulink . . . 41
30 Sinal computacional de entrada R(s) no domínio do tempo . . . 42
31 Sinal experimental de saída $\bar{R}(s)$ no domínio do tempo do controlador proporcional L(s) . . . 42
32 Sinal experimental de saída do erro $\bar{E}(s)$ no domínio do tempo . . . 43
33 Sinal experimental de saída U(s) no domínio do tempo do controlador por avanço K(s) . . . 44
34 Sinal experimental de saída Y(s) no domínio do tempo da planta P(s) . . . 45

LISTA DE SÍMBOLOS

s	Variável complexa de Laplace
$\mathscr{L}$	Operador da transformada de Laplace
$\prod$	Produto de uma sequência de termos
e	Base dos logaritmos naturais
ln	Operador de logaritmo natural (base e)
ω_n	Frequência natural não amortecida
$\dot{c}(t)$	Derivada primeira da resposta controlada no tempo
γ	Ganho estático
$\ddot{y}(t)$	Derivada segunda da variável de saída no tempo
ξ	Coeficiente de amortecimento
$\angle$	Ângulo de fase
σ	Parte real de um polo ou zero
j	Unidade imaginária
Ω	Ohm (Unidade de resistência elétrica)
F	Farad (Unidade de capacitância)
Hz	Hertz (Unidade de frequência)
V	Volt (Unidade de tensão elétrica)
$\|\|$	Operador de associação em paralelo de componentes
τ	Constante de tempo do circuito RC
θ	Ângulo do lugar das raízes

1 INTRODUÇÃO

A teoria de controle é parte fundamental da sociedade moderna. Sua aplicação estende-se desde a propulsão e o direcionamento de naves espaciais [Cline et al., 2024][Yari et al., 2016], ao controle de fontes de energia renováveis para a manutenção da estabilidade dinâmica em sistemas de potência [Ghafouri et al., 2016], bem como em aplicações práticas do cotidiano industrial, como o controle de precisão em processos de usinagem [Dang et al., 2025], navegação de veículos autônomos em linhas de montagem[López et al., 2022], dentre outros vários exemplos. Essa abrangência evidencia o papel central do controle na evolução tecnológica e na melhoria contínua da eficiência dos processos, demonstrando sua capacidade de integrar diferentes áreas do conhecimento e de promover avanços em setores estratégicos. A teoria de controle é indispensável para o desenvolvimento de soluções inovadoras que atendem às demandas crescentes de produtividade, qualidade e sustentabilidade na sociedade.

A natureza intrinsecamente matemática da teoria de sistemas de controle impõe um alto nível de abstração, uma vez que ela lida com equações íntegro-diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico do sistema [Laroche and Halalchi, 2009]. Na maioria dos sistemas de controle práticos os estados são sinais analógicos de tempo contínuo. A dinâmica de sistemas de tempo contínuo é formulada por funções contínuas diferenciáveis e os sinais do controlador podem ser implementados em tempo contínuo através de operações matemáticas como adição, subtração, multiplicação, divisão, diferenciação e integração entre diferentes sinais. Os Amplificadores Operacionais (Amp-Ops) permitem a execução dessas operações matemáticas para sinais de tensão e corrente de tal modo que a dinâmica dos modelos teóricos em sistemas de tempo contínuo podem ser implementados por circuitos analógicos equivalentes [Jin et al., 2022].

Segundo Baglione and del Cerro [2014], muitos estudos demonstraram que os discentes tem uma compreensão abstrata ou incompleta dos conceitos ensinados em cursos de graduação em engenharia que se baseiam no modelo tradicional de aulas expositivas. A realização de atividades experimentais por parte dos estudantes torna-se uma ferramenta para consolidar tais conhecimentos. No entanto, um experimento complexo pode levar a uma sobrecarga somada à densidade matemática da disciplina, e, por isso, a condução de atividades experimentais devem ser realizadas de forma clara e direta. Em Tran et al. [2019], os autores desenvolveram uma plataforma térmica de baixo custo para o ensino de controle PID. Como resultado, observou-se um aumento significativo na capacidade técnica dos alunos. Em Cox [2008], os autores realizaram a implementação de práticas de controle (*hands-on*) a partir da elaboração de um laboratório de ciências de máquinas utilizando plataformas modulares. Como resultado, observou-se uma melhoria contínua na experiência prática dos estudantes com aquisição de dados de sensores. Estas são apenas algumas experiências práticas no ensino de controle.

Tendo em vista os desafios apontados, a presente monografia propõe a construção de uma plataforma didática analógica para o ensino de controle baseada nas experiências desenvolvidas anteriormente por Genari et al. [2012]. Espera-se que com o uso da bancada por parte dos estudantes de engenharia, os conteúdos teóricos de controle possam ser fixados mais facilmente e diferentes competências técnicas sejam desenvolvidas, como o manuseio em equipamentos de bancada, o manuseio em equipamentos de aquisição de sinais, habilidades com ferramentas computacionais de simulação, dentre outras.

1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é projetar e modelar uma bancada didática baseada em eletrônica analógica, destinada ao suporte prático nas disciplinas de sistemas de controle. São objetivos específicos desta monografia:

I. Desenvolver os modelos matemáticos dos circuitos eletrônicos que integram a bancada, garantindo a representação adequada de sistemas lineares e invariantes no tempo;

II. Desenvolver diferentes competências e habilidades na construção e validação experimental de circuitos em bancada, com o uso de softwares de simulação e na realização do pós-processamento de dados experimentais;

III. Projetar e dimensionar a implementação física analógica dos blocos de controle via análise de *datasheets*, incluindo a planta, o elemento comparador e as redes de compensação;

IV. Analisar o comportamento dinâmico e a estabilidade das respostas de primeira e segunda ordem do sistema projetado;

V. Validar o desempenho da bancada por meio de simulações computacionais e ensaios experimentais, confrontando os resultados práticos com os modelos teóricos estabelecidos.

1.2 Organização do trabalho

O Capítulo 1 apresenta uma introdução aos sistemas de controle em malha aberta e malha fechada, a motivação deste trabalho e seus objetivos, além de detalhar a estrutura do texto e as ferramentas utilizadas no desenvolvimento do projeto.

O Capítulo 2 aborda o embasamento teórico necessário para a modelagem de sistemas de controle lineares e invariantes no tempo. São detalhados os conceitos para a modelagem de um sistema de controle, todos sob a perspectiva da eletrônica analógica. Adicionalmente, apresenta-se a fundamentação para o projeto de controladores baseados no lugar das raízes, contemplando compensadores por avanço de fase e para correção de erro em regime permanente.

O Capítulo 3 dedica-se ao processo de modelagem, simulação, construção e validação experimental da bancada. Este capítulo abrange os cálculos utilizados, as simulações realizadas no LTspice e no MATLAB via SIMULINK, a montagem das placas de circuito, a aquisição de dados via plataforma NI ELVIS II, e o pós-processamento de sinais no MATLAB para a síntese e visualização dos resultados experimentais obtidos.

Por fim, o Capítulo 4 expõe as conclusões deste trabalho, sintetizando as contribuições alcançadas e sugerindo propostas para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Quando uma interconexão de processos ou componentes formam uma configuração de um sistema que gera uma resposta desejada ao sistema, temos um sistema de controle. A teoria de sistemas lineares fornece os princípios para a análise da dinâmica e considera a relação de causa e efeito para os processos, caracterizados a partir de uma relação de entrada-saída, representando o processamento do sinal de entrada para fornecer um sinal de saída desejado [Dorf and Bishop, 2024].

Figura 1: Sistema de controle em malha aberta

Um sistema de controle em malha aberta usa um dispositivo de atuação para controlar o processo, como apresentado na Figura 1. Já o sistema em malha fechada adiciona um sistema de realimentação que mede a saída real para compará-la com a resposta desejada. Esse sistema é ilustrado na Figura 2. Nele, a diferença entre a entrada de referência e a saída medida é usada como sinal de entrada para o controlador, que ajusta o processo via atuador, reduzindo continuamente essa diferença.

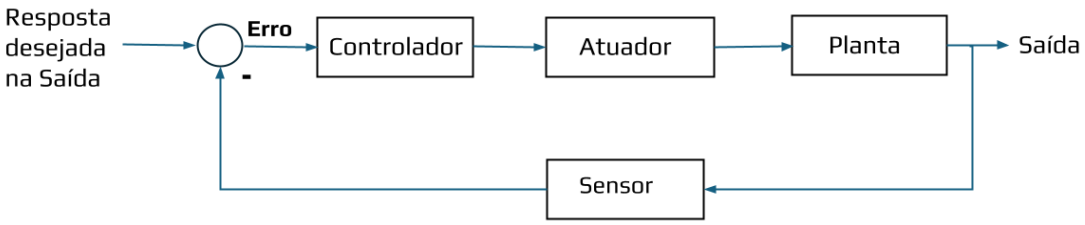

Figura 2: Sistema de controle em malha fechada

Um sistema de controle é definido como aquele cuja orientação visa atingir um valor estabelecido de uma variável, subdividido em controlador e planta. O controlador compara funções da variável diretamente controlada e ajusta a variável manipulada com base na diferença, enquanto a planta é o sistema dinâmico a ser controlado. O distúrbio é um sinal que afeta os sinais entre os subsistemas. Um sinal de realimentação pode ser incluído e usado para controlar uma diversa quantidade de sistemas dinâmicos [IEEE, 2000][Franklin et al., 2013].

De acordo com Franklin et al. [2013] são necessários quatro requisitos básicos para alcançar um bom controle: I) o sistema deve ser sempre estável, II) a saída do sistema deve rastrear o sinal de comando na entrada, III) a saída do sistema não deve responder a entradas de distúrbio e IV) os três requisitos anteriores devem ser cumpridos ainda que o modelo usado no projeto não seja preciso ou haja alguma mudança na dinâmica do sistema físico ao longo do tempo.

Após o(a) engenheiro(a) obter um modelo matemático de um subsistema, este passa então a ser analisado quanto às suas respostas transitória e em regime permanente (ou estacionária) para verificar se essas características fornecem o comportamento desejado [Nise, 2023].

2.1 Modelagem de um sistema de controle linear e invariante no tempo

Um sistema linear e invariante no tempo (do inglês *Linear Time-Invariant (LTI)*) é caracterizado por duas propriedades fundamentais. A linearidade implica que o sistema obedece ao

princípio da superposição, ou seja, a resposta a uma combinação linear de entradas corresponde à mesma combinação linear das respostas individuais. Já a variância no tempo garante que os parâmetros não se altere com o tempo. Atrasando-se a entrada do sistema em T segundos, a saída deste mesmo sistema também será atrasada T segundos (considerando que as condições iniciais também sejam atrasadas T segundos). Circuitos compostos por elementos passivos, como resistores, capacitores e indutores e outros componentes ativos como, por exemplo, transistores, são usualmente sistemas invariantes no tempo quando operando em regime de pequenos sinais [Lathi, 2006].

2.1.1 Função de transferência

A Figura 3 apresenta um sistema genérico que tem como entrada o sinal $u(t)$ e como saída o sinal $y(t)$, a função de transferência é definida como a relação entre a transformada de Laplace da saída pela transformada de Laplace da entrada admitindo-se todas as condições iniciais nulas, que pode ser escrita como [Ogata, 2010]:

Figura 3: Representação de um processo a ser controlado

$$P(s) = \frac{\mathrm{Y(s)}}{\mathrm{U(s)}} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \ ... + \ b_{m-1} s + b_m}{a_0 \ s^n + a_1 s^{n-1} + \ ... + \ a_{n-1} s + a_n} = K \frac{\prod_{i=1}^{m} (s - z_i)}{\prod_{i=1}^{n} (s - p_i)}, \tag{1}$$

em que z_i são os zeros do sistema e p_i são os polos do sistema.

A partir da função de transferência é possível representar a dinâmica de um sistema através de uma equação algébrica no domínio de Laplace. Se a maior potência de s no denominador dessa equação, também chamada de polinômio característico, é igual a n, temos um sistema de ordem n. Sistemas de 1ª ordem não oscilam, ao passo que sistemas de 2ª podem ou não oscilar. A resposta transitória de sistemas de ordem superior é a soma das respostas de primeira e segunda ordem [Ogata, 2010].

2.1.2 Sistema de primeira ordem

Seja um sistema de primeira ordem dado por [Genari, 2024]:

$$a_1 \dot{c}(t) + a_0 c(t) = b_0 r(t), \tag{2}$$

em que $T = \frac{a_1}{a_0}$ representa a constante de tempo e $\gamma = \frac{b_0}{a_0}$ é o ganho estático.

Aplicando a transformada de Laplace em ambos os lados da Eq. (2) com condições iniciais nulas, tem-se:

$$TsC(s) + C(s) = \gamma R(s). \tag{3}$$

A função de transferência de um sistema de primeira ordem é definida como:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = P(s) = \frac{\gamma}{Ts+1}. \tag{4}$$

Considerando a entrada deste sistema linear e invariante no tempo de primeira ordem a função degrau unitário, e sabendo que a transformada de Laplace desse sinal é:

$$\mathscr{L}\{u(t)\} = \frac{1}{s}, \tag{5}$$

tem-se que:

$$C(s) = \frac{\gamma}{Ts+1}\frac{1}{s}. \tag{6}$$

Expandindo C(s) em frações parciais, obtemos:

$$C(s) = \frac{\gamma}{s} - \frac{\gamma}{s+(1/T)}. \tag{7}$$

Realizando a transformada inversa de Laplace na Eq. (7), tem-se:

$$c(t) = \gamma - \gamma e^{-t/T} \text{ , para t} \geq 0. \tag{8}$$

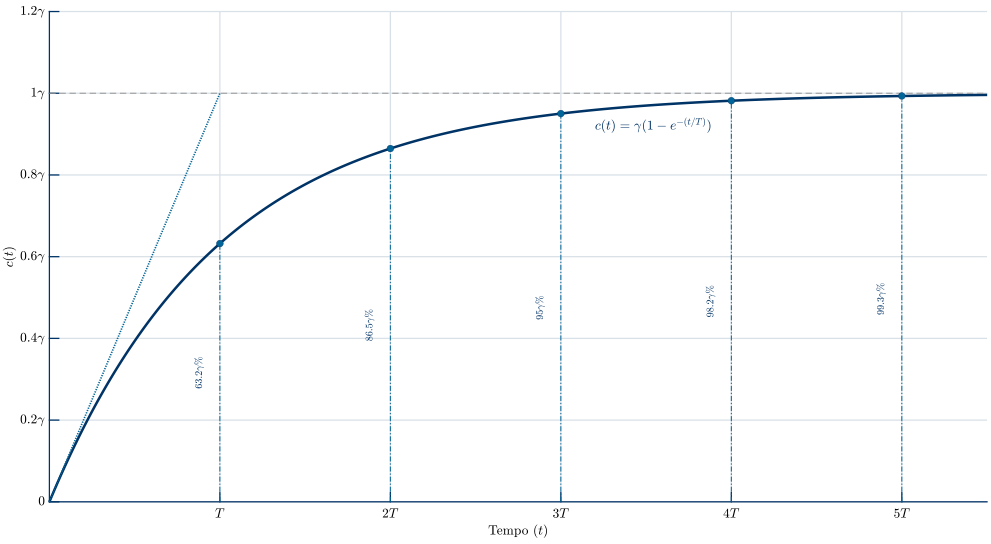

Figura 4: Resposta ao degrau unitário do sistema de primeira ordem

Quando $t = T$, temos que $c(t) = 0,632\gamma$, o que implica dizer que a resposta alcançou 63.2% de sua variação total. A Figura 4 apresenta a resposta $c(t)$ evoluindo em direção ao valor de regime (γ), com o destaque para o valor de 63.2% atingido no instante T e a curva se estendendo até cinco constantes de tempo. Na Eq. (8), o valor de regime é definido quando o tempo tende ao infinito; no entanto, na prática, observa-se na Fig. 4 que, para $t \geq 4T$, a resposta se mantém a 2% do valor final. Logo, o tempo estimado de resposta pode ser considerado quatro constantes de tempo [Ogata, 2010].

2.1.3 Sistema de segunda ordem

Um sistema de segunda ordem padrão pode ser definido como [Genari, 2024]:

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_n\dot{y}(t) + \omega_n^2 y(t) = \gamma\omega_n^2 f(t). \tag{9}$$

O comportamento dinâmico do sistema linear e invariante no tempo de segunda ordem pode ser descrito em termos das variáveis ω_n (frequência natural), e ξ (coeficiente de amortecimento). Aplicando a transformada de Laplace em ambos os lados da equação diferencial (Eq. (9)), e considerando condições iniciais nulas, a função de transferência de um sistema de segunda ordem é:

$$\frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{\gamma\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}. \tag{10}$$

Considerando o fator de amortecimento $0 < \xi < 1$, os polos de malha fechada são complexos e encontram-se no semiplano esquerdo do plano s. As raízes, também chamadas polos da equação característica, são descritas como:

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}. \tag{11}$$

Um sistema dinâmico pode ser representado por diferentes critérios, como a sua rapidez, e por ser mais ou menos amortecido [Laroche and Halalchi, 2009]. O sistema com polos dados pela Eq. (11) é denominado subamortecido, e a resposta transitória é oscilatória. Este sistema é por vezes específicado em termos da sua resposta à uma entrada degrau unitário e que depende de condições inciais, tendo o formato apresentado na Fig. 5, na qual a amplitude é representada de forma normalizada ($y(t)/\gamma$) em função do ganho estático (γ), que define o valor de regime permanente. Nessa figura, os pontos t_p, pss e t_e são definidos como [Ogata, 2010]:

Tempo de pico (t_p): É o tempo necessário para que a resposta do sistema alcance o primeiro pico de sobressinal, definido como:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}. \tag{12}$$

Máximo de sobressinal (pss): É o valor percentual do maior pico em relação ao valor de regime. Ele é definido como:

$$pss = 100e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{(1-\xi^2)}}}. \tag{13}$$

Tempo de estabilização (t_e): É o tempo que o sistema leva para atingir x% de erro do valor de regime e corresponde a faixa de tolerância de $\pm$ 2% ou $\pm$ 5%. Ele é definido como:

$$\begin{aligned} t_{5\%} &= \frac{3}{\xi\omega_n}, \\ t_{2\%} &= \frac{4}{\xi\omega_n}. \end{aligned} \tag{14}$$

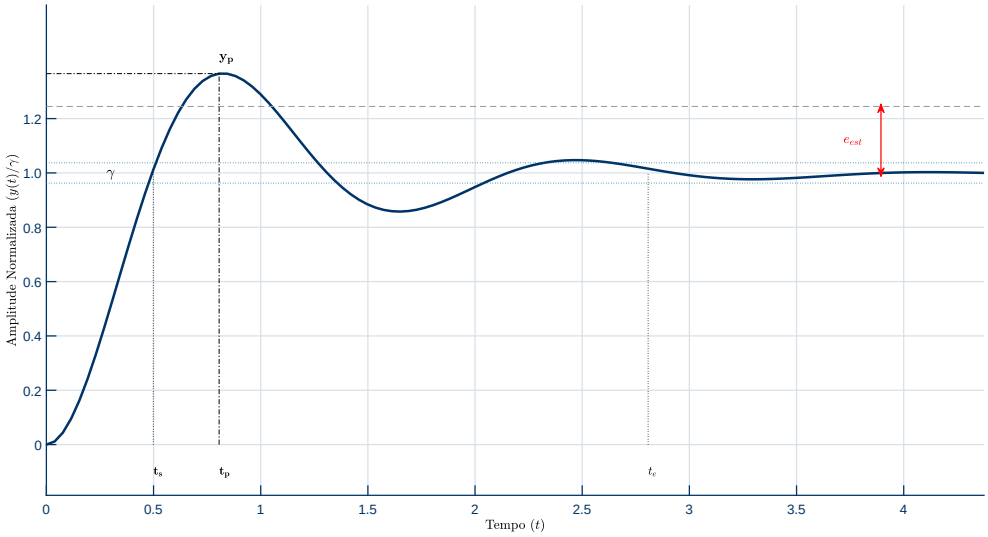

Figura 5: Resposta ao degrau unitário de um sistema de segunda ordem subamortecido com amplitude normalizada pelo valor de regime γ.

2.2 Modelagem de circuitos com amplicador operacional

Os amplificadores operacionais (Amp-Ops) constituem a base de diversos circuitos e aplicações analógicas. Os Amp-Ops frequentemente operam em condições de baixa tensão e exige-se que possuam, simultaneamente, alto ganho, grande largura de banda e elevada taxa de subida (*slew rate*) [Kuo and Tsai, 2019]. A modelagem matemática de circuitos que utilizam amplificadores operacionais fundamenta-se na representação por funções de transferência, utilizando a abordagem de impedâncias complexas, conforme proposto por Ogata [2010]. Tal modelagem é vista na Fig. 6 e será utilizada em diferentes partes da implementação dos subsistemas presentes neste projeto.

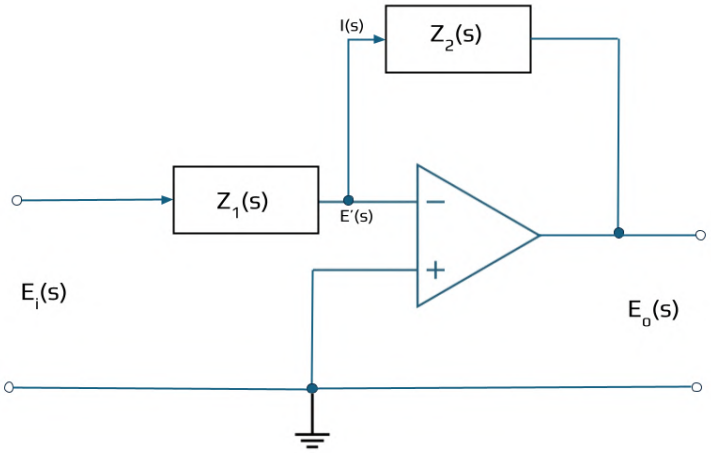

Figura 6: Esquemático de um circuito com amplificador operacional modelado com impedâncias complexas

Segundo essa metodologia, para um amplificador configurado na forma inversora ou não-inversora, a relação entre o sinal de saída e o sinal de entrada pode ser simplificada pela razão

entre as impedâncias de realimentação (Z_2) e de entrada (Z_1). Na Fig. 6, o sinal $E_i(s)$ representa a tensão de entrada aplicada, enquanto $E_o(s)$ corresponde à tensão de saída do estágio. O ponto $E'(s)$ indica o potencial no nó da porta inversora do amplificador operacional que, sob a condição de terra virtual, assume potencial nulo. Já $I(s)$ representa a corrente que percorre a impedância de realimentação $Z_2(s)$. A função de transferência para uma configuração inversora do estágio é dada da seguinte forma:

$$T(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{-Z_2(s)}{Z_1(s)} \tag{15}$$

2.3 Projeto de controlador pelo método do lugar das raízes

O método do lugar das raízes foi desenvolvido por W.R. Evans em 1948 e é amplamente utilizado na prática de engenharia de controle [YanWei, 2011]. Conforme demonstrado por Evans [1950], o método resolve o problema de encontrar as raízes da equação característica e estas descrevem a resposta natural do sistema. Conhecendo, pode-se, então, encontrar a solução para qualquer entrada.

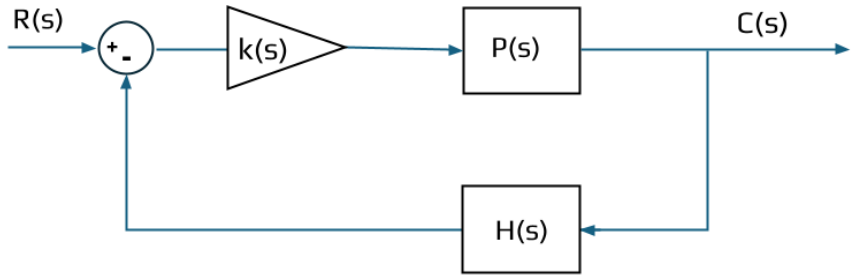

Figura 7: Diagrama de blocos de um sistema de controle em malha fechada

A Figura 7 apresenta um diagrama padrão de controle, em que K(s) é função de transferência do controlador, P(s) é a planta e H(s) é a função de transferência de realimentação. A função de transferência de malha fechada é definida como:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = T(s) = \frac{K(s)P(s)}{1+K(s)P(s)H(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}. \tag{16}$$

A equação caractéristica é defina como sendo $1+G(s)H(s)=0$, cuja raízes são denominadas de polos do sistema. Essa equação pode ser escrita em termos da condição de módulo (Eq. (17)), e da condição de ângulo (Eq. (18)):

$$|G(s)H(s)| = 1. \tag{17}$$

$$\angle[G(s)H(s)] = \pm 180^\circ(2n+1), \text{ para n = 0, 1, 2, 3...} \tag{18}$$

A motivação para o uso do controlador por avanço baseia-se no seu efeito estabilizante sobre o sistema [Franklin et al., 2013]. Este compensador permite aumentar a largura de banda de um sistema ao adicionar fase à malha aberta [Laroche and Halalchi, 2009]. O controlador por avanço tem que satisfazer as equações (17) e (18). A função de transferência desse controlador é:

$$K(s) = K_c \frac{s+(-z)}{s+(-p)}. \tag{19}$$

O objetivo final é que o sistema em malha fechada apresente o desempenho desejado, sendo os valores de K_c, z e p na Eq. (19) determinados para que o sistema controlado atenda a requisitos específicos, tais como frequência natural, sobressinal e tempo de estabilização discutidos anteriormente.

2.3.1 Controlador proporcional que assegura erro estacionário

De acordo com Ogata [2010], o erro de regime estacionário define a disparidade residual entre a saída real do sistema e a referência desejada após o desaparecimento dos componentes da resposta transitória. Um compensador para o erro estacionário deve ser capaz de garantir, então, a precisão do sistema em regime permanente, eliminando ou reduzindo a diferença entre o valor desejado e o valor real da saída.

Seja um sistema em realimentação unitária negativa como representado na Fig. 8. Este sistema é mais genérico que o apresentado na Fig. 7, possibilitando maior flexibilidade no projeto [Genari, 2024].

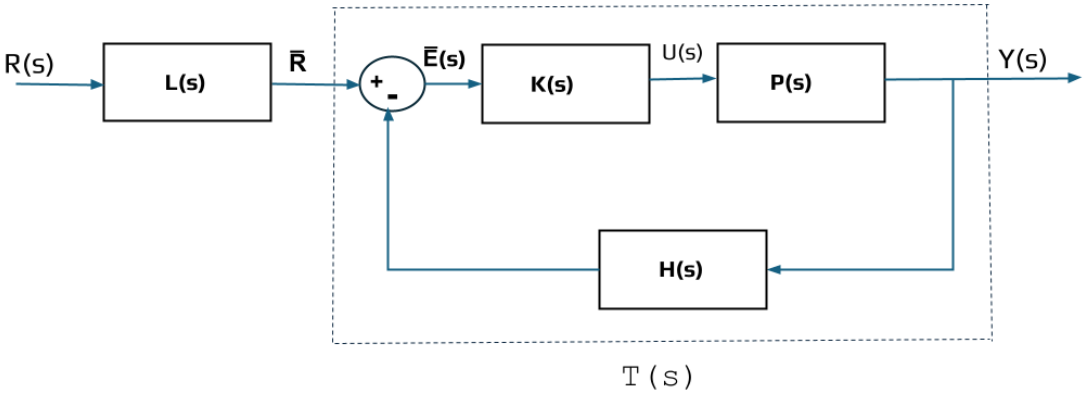

Figura 8: Diagrama de blocos de controlador proporcional com realimentação unitária

O erro estacionário $E(s)$ é a diferença entre a entrada e a saída do sistema, isto é:

$$E(s) = R(s) - Y(s). \tag{20}$$

A função de transferência de malha fechada desse sistema pode ser representada a partir da seguinte equação:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = L(s)T(s) = L(s)\frac{K(s)P(s)}{1+K(s)P(s)H(s)}, \tag{21}$$

que conduz a:

$$Y(s) = L(s)\left[\frac{K(s)P(s)}{1+K(s)P(s)H(s)}\right]R(s). \tag{22}$$

Substituindo a Eq. (22) na Eq. (20), tem-se:

$$E(s) = R(s) - L(s)\left[\frac{K(s)P(s)}{1+K(s)P(s)H(s)}\right]R(s). \tag{23}$$

Usando o teorema do valor final, o erro estacionário é calculado como:

$$e_{est} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = e_{est} = \lim_{s\to 0} s\left[1 - L(s)\frac{K(s)P(s)}{1+K(s)P(s)H(s)}\right]R(s), \tag{24}$$

considerando que os limites existam e que o sistema seja estável.

É importante realizar uma distinção conceitual entre o erro de rastreamento e o sinal de erro interno ao laço (ou sinal de comparação), uma vez que a inclusão do bloco $L(s)$, que será detalhado na Seção 3.5.2, altera a relação entre essas variáveis. Enquanto o erro de rastreamento $E(s)$, definido anteriormente na Eq. (20), mede a capacidade do sistema em seguir a referência externa $R(s)$, o sinal de erro interno ao comparador, denotado por $\bar{E}(s)$, representa a diferença entre a referência processada pelo pré-filtro, $\bar{R}(s) = L(s)R(s)$, e a saída realimentada:

$$\bar{E}(s) = \bar{R}(s) - Y(s) = L(s)R(s) - Y(s). \tag{25}$$

Analogamente, as definições matemáticas estabelecidas para o erro de rastreamento podem ser estendidas ao sinal de erro interno ao laço. Dessa forma, as expressões de regime permanente, incluindo a aplicação do Teorema do Valor Final, podem ser representadas em função de $\bar{E}(s)$ como $\bar{e}_{est} = \lim_{s\to 0} s\bar{E}(s)$. Essa relação será fundamental para a determinação do ganho $L(s)$, permitindo ajustar a excitação interna do controlador de maneira que a saída do sistema rastreie a referência externa com erro de regime permanente nulo para uma entrada degrau unitário.

3 MODELAGEM, SIMULAÇÃO E CONSTRUÇÃO EXPERIMENTAL DE BANCADA DE CONTROLE ANALÓGICO

Nesta seção serão apresentados os quatro subsistemas que constituem a bancada eletrônica e a instrumentação necessária para a construção e validação da mesma. Os subsistemas são: comparador, planta, controlador por avanço e controlador proporcional para o erro estacionário. A Fig. 9 representa o sistema completo em malha fechada da bancada de controle analógico.

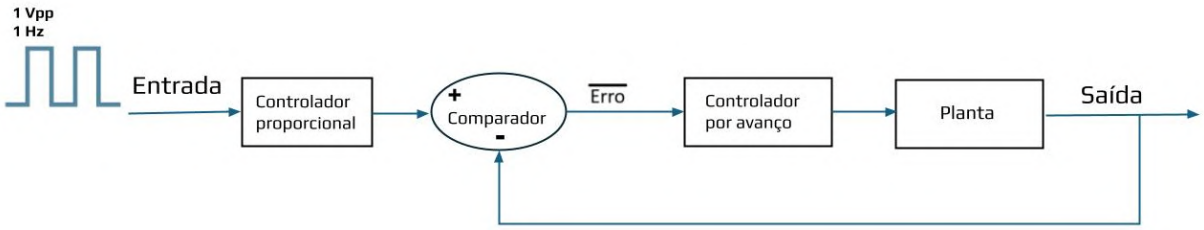

Figura 9: Representação da bancada de controle analógico em diagrama de blocos

Serão apresentados também, os modelos matemáticos de cada subsistema, os esquemáticos dos circuitos eletrônicos realizados em softwares de simulação (LTspice e Simulink/MATLAB), as respectivas simulações obtidas, bem como os resultados experimentais obtidos através da aquisição dos sinais via plataforma NI ELVIS II e pós-processamento através scripts desenvolvidos no MATLAB. A construção dos diferentes subsistemas foi realizada em placas universais de fibra de vidro. Os componentes foram soldados ponto a ponto. A Fig. 10 mostra o processo de avaliação e testes realizados em bancada da plataforma didática de controle analógico com todos os subsistemas presentes.

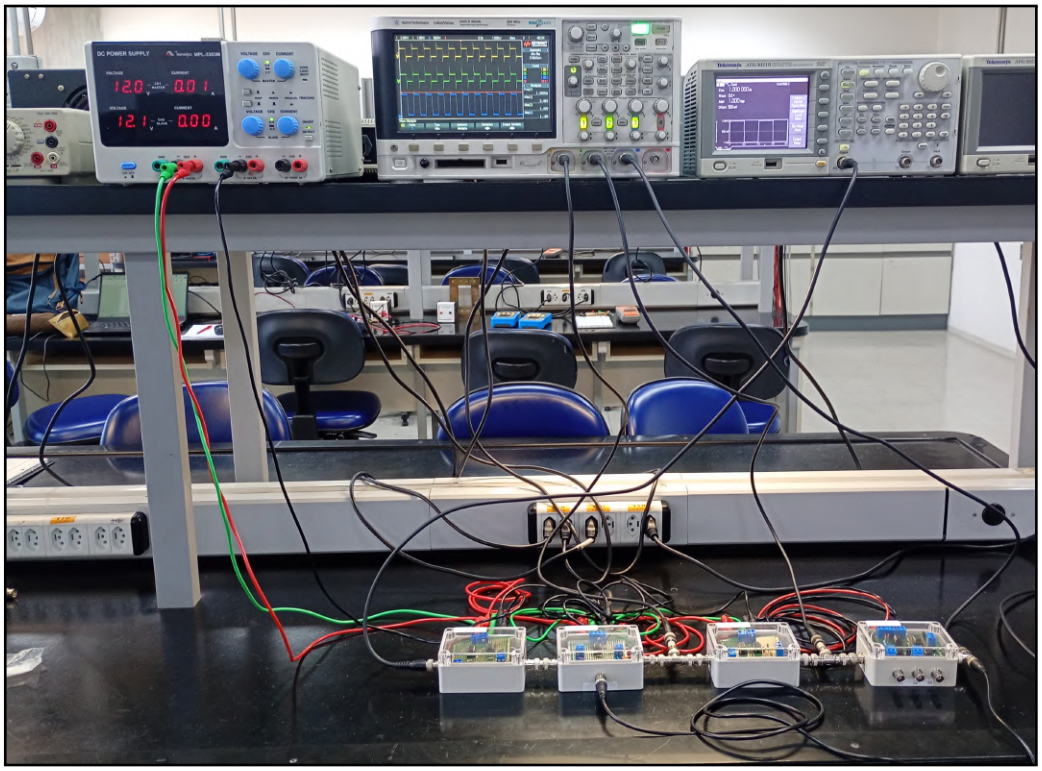

Figura 10: Avaliação e testes da plataforma didática realizados em bancada

3.1 Instrumentação e processamento

A metodologia adotada compreende inicialmente o uso dos programas MATLAB e LTspice para a simulação e validação da modelagem analítica dos sistemas. Na sequência, tem-se a descrição do *setup* físico, detalhando os componentes e equipamentos de bancada utilizados na construção dos circuitos analógicos, finalizando com a integração entre o *hardware* NI ELVIS II e a interface MATLAB para a aquisição e processamento dos dados em tempo real.

MATLAB

Amplamente utilizado no ensino e na aplicação de sistemas de controle, principalmente por meio de suas toolboxes de controle e controle robusto, o MATLAB possibilita a criação de simulações interativas via interfaces gráficas (GUI), possibilitando a visualização de respostas de sistemas em tempo real [Azemi and Yaz, 1997]. A plataforma Simulink, presente no MATLAB, é vantajosa em projetos de controle, uma vez que ela permite a simulação integrada entre o comportamento do sistema físico e os efeitos temporais da implementação dos controladores em tempo real [Henriksson et al., 2003]. O MATLAB é um *software* comercial e proprietário desenvolvido pela empresa MathWorks. Para este projeto utiliza-se a versão R2025b, e a licença foi obtida a partir do vínculo como aluna da Universidade Federal do ABC (UFABC).

LTspice

O uso do LTspice para modelagem de circuitos eletrônicos é vantajoso, uma vez que este programa habilita a verifição e validação de cálculos de forma independente a partir dos gráficos de simulações. Tal possibilidade facilita a compreensão intuitiva do comportamento dos circuitos [Citkuseva Dimitrovska et al., 2014]. O LTspice é um *software* gratuito (*freeware*) desenvolvido pela empresa Analog Devices. Para este projeto foi utilizada a versão 26.0.1.

Setup

A implementação física dos circuitos seguiu uma abordagem analógica, com a montagem realizada manualmente em placas universais de fibra de vidro. Os componentes foram soldados ponto a ponto, utilizando a infraestrutura e os equipamentos de bancada presentes no Laboratório de Processamento de Sinais e Comunicação, no Laboratório de Circuitos e Comunicação; e no Laboratório de Comunicação sem Fio, todos da Universidade Federal do ABC. Dentre os equipamentos utilizados, podem-se citar:

- Fonte de Alimentação (DC Power Supply) Minipa MPL-3303M;
- Gerador de Sinais (Function/Signal Generator) Tektronix AFG 3021B;
- Osciloscópio Digital (DSO) Keysight InfiniiVision DSOX2024A;
- Multímetro Digital Portátil (DMM) Minipa ET-2510;
- Multímetro Digital de Bancada Politerm POL-79;
- Medidor LCR Minipa MXB-821;
- Estação de Solda.

NI ELVIS II

O NI ELVIS II é uma plataforma de design e prototipagem da empresa National Instruments. Empregou-se o NI ELVIS II como interface de aquisição para a análise dinâmica

e geração de sinais dos protótipos. Os sinais foram monitorados e gerados em tempo real por meio da integração do *hardware* com o MATLAB, utilizando específicamente as funções *Data Acquisiton Toolbox* para gerenciar as portas de entrada e saída analógicas.

3.2 Entrada do sistema

Durante o processo de construção e avaliação dos subsistemas, os testes de validação foram realizados em bancada utilizando um gerador de sinais. Para a excitação dos circuitos, configurou-se um sinal do tipo *square* (onda quadrada) com amplitude de 1 Vpp e frequência de 1 Hz. A fim de garantir a compatibilidade com os níveis de tensão desejados, aplicou-se um offset de 500 mV e a impedância de saída do equipamento foi ajustada para High Z (alta impedância), assegurando que a amplitude lida no gerador correspondesse fielmente à tensão aplicada na entrada do sistema. Esse sinal é denominado $R(s)$. A configuração do equipamento é vista na Fig. 11.

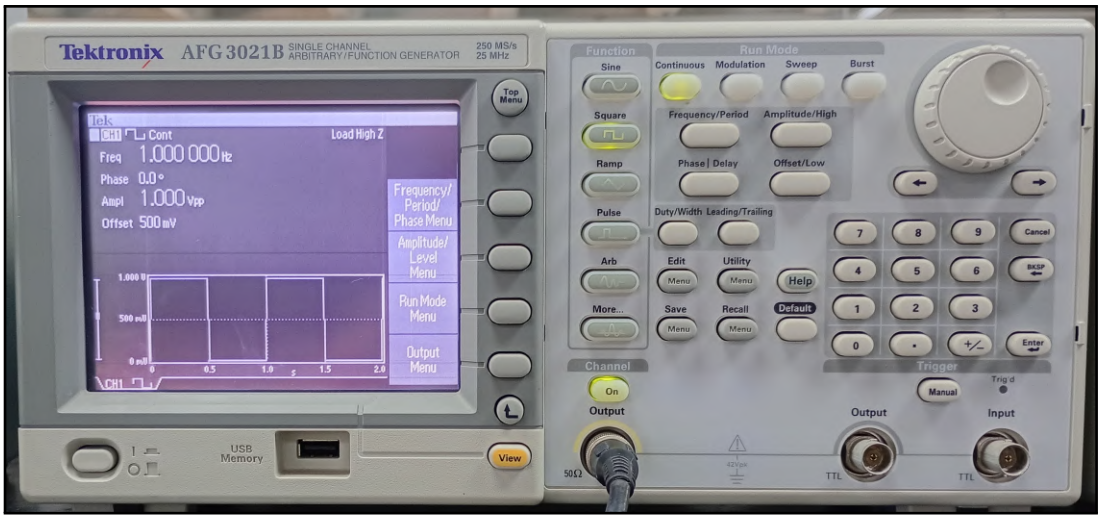

Figura 11: Sinal de entrada do sistema visto do Gerador de Sinais

3.3 Comparador

O comparador é um subsistema que adiciona algebricamente o sinal de entrada ao sinal de saída, que chega através da malha de realimentação. Nos sistemas em que os transdutores de entrada e de saída possuem ganho unitário, o sinal de atuação resultante na saída do comparador corresponde à diferença instantânea entre a entrada e a saída. Sob estas condições, este sinal é definido como o erro do sistema, que é processado pelo controlador direto para ajustar o desempenho da planta [Nise, 2023].

Para modelar um bloco comparador em eletrônica usa-se um circuito subtrator, uma vez que ele executa a operação aritmética de diferença entre dois sinais. Ele utiliza a propriedade de curto-circuito virtual do amplificador operacional para realizar a diferença entre dois sinais de entrada e ao subtrair um sinal do outro, o circuito gera na saída o equivalente ao sinal de erro em um sistema de controle. Embora o Amp-Op seja um dispositivo ativo e inerentemente não linear (devido a transistores internos e saturação), ele pode ser tratado como um sistema LIT desde que opere na sua região linear [Boylestad and Nashelsky, 2004].

Considerando, por exemplo, um amplificador operacional ideal com quatro resistores de mesmo valor, no caso deste projeto, foram selecionados resistores de $R = 10k\Omega$, conforme é

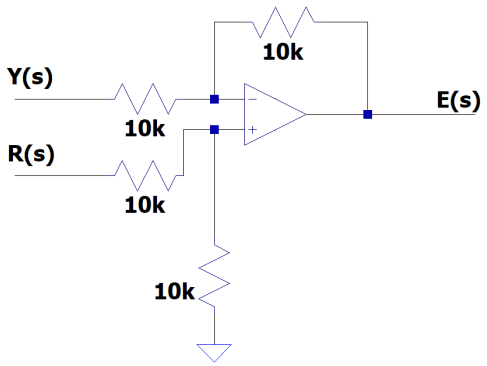

Figura 12: Representação esquemática do circuito comparador

visto na Fig. 12. Denominando $Y(s)$ o sinal de realimentação (conectado ao terminal inversor), $R(s)$ o sinal de referência (conectado ao terminal não-inversor), e $E(s)$ o sinal de erro resultante na saída e considerando V_+ como sendo a tensão terminal da entrada não inversora e V_- como sendo a tensão terminal da entrada inversora, com diferença de pontecial nula entre as entradas, tem-se:

$$\begin{aligned} V_+ &= Y(s)\frac{R}{R+R} = \frac{Y(s)}{2} \\ \implies V_- &= V_+ = \frac{Y(s)}{2} \end{aligned} \tag{26}$$

Aplicando a soma das correntes no nó inversor V_-, assumindo que a corrente de entrada do Amp-Op é nula:

$$\begin{aligned} \frac{R(s)-V_-}{R} + \frac{E(s)-V_-}{R} &= 0 \\ \implies R(s)+E(s)-2V_- &= 0 \end{aligned} \tag{27}$$

Substituindo o valor de V_- obtido na Eq. (26) na Eq. (27), tem-se:

$$\begin{aligned} R(s)+E(s)-2\left(\frac{Y(s)}{2}\right) &= 0 \\ \implies E(s) &= R(s)-Y(s). \end{aligned} \tag{28}$$

Durante a construção do circuito comparador, diferentes testes foram realizados em bancada para verificar o funcionamento do mesmo. Um teste em específico consistiu em adicionar dois sinais de tensão DC na fonte de alimentação, o primeiro de 2V é conectado no canal 1 da fonte e refere-se ao sinal de realimentação $Y(s)$ e o segundo de 4V é conectado ao canal 2 e refere-se ao sinal de referência $R(s)$. A Figura 13 representa o resultado do teste no osciloscópio. Nota-se o sinal de referência $R(s)$ (canal 1, em amarelo) com amplitude de 3.94 V. O sinal de realimentação $Y(s)$ (canal 2, em verde) apresenta-se com -2.09 V no display; essa inversão de polaridade é o resultado físico direto da aplicação do sinal no terminal inversor do amplificador operacional, que compõe a estrutura do subtrator. O sinal de erro $E(s)$ (canal 3, em azul) resulta da soma algébrica interna desses potenciais, apresentando uma amplitude de 1.93 V. Este valor experimental valida a operação de subtração do subsistema, visto que a diferença

entre os potenciais absolutos de entrada (3.94 V e 2.09 V) resulta em aproximadamente 1.85 V, com a variação residual devida às tolerâncias dos componentes e à resistência interna da fonte.

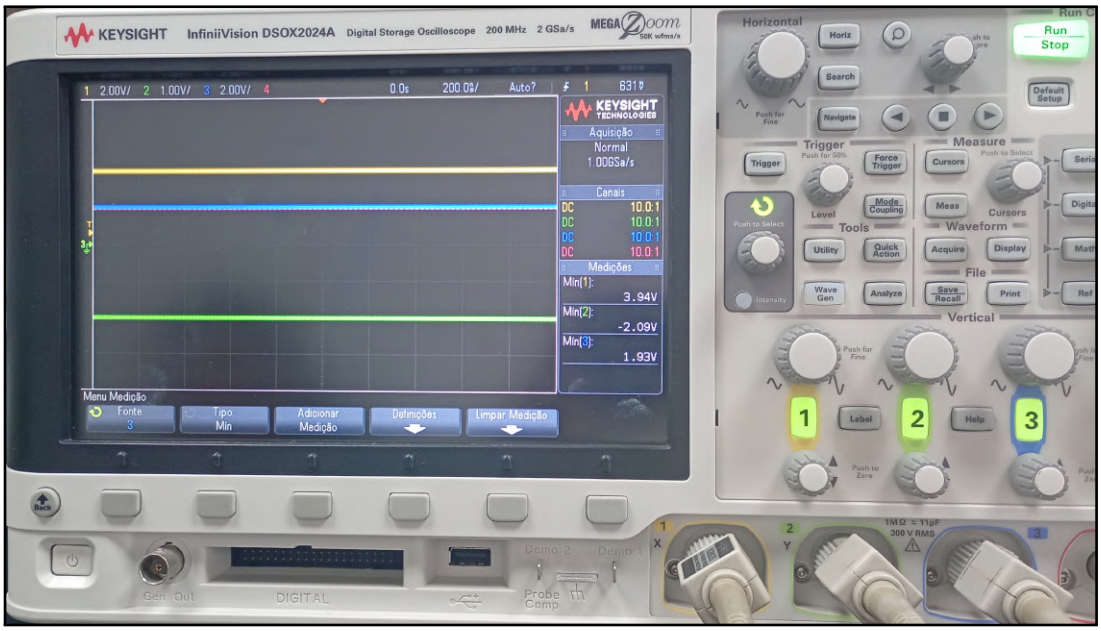

Figura 13: Sinais de teste para o circuito comparador vistos do osciloscópio

A implementação física do subsistema comparador é apresentada na Fig. 14, utilizando como núcleo de processamento o amplificador operacional *LM*741. Para garantir a robustez mecânica e o isolamento dos sinais analógicos, o circuito foi acondicionado em uma caixa termoplástica, conferindo ao protótipo a proteção necessária para diferentes ensaios.

Um cuidado fundamental na montagem foi a gestão do plano de referência elétrica; o terminal de aterramento (GND) foi curto-circuitado por toda a extensão interna, estabelecendo um barramento comum de baixa impedância. Essa prática é essencial para mitigar o surgimento de loops de terra e garantir que o sinal de erro seja referenciado a um potencial zero estável, assegurando a precisão necessária durante a operação dinâmica do sistema de controle.

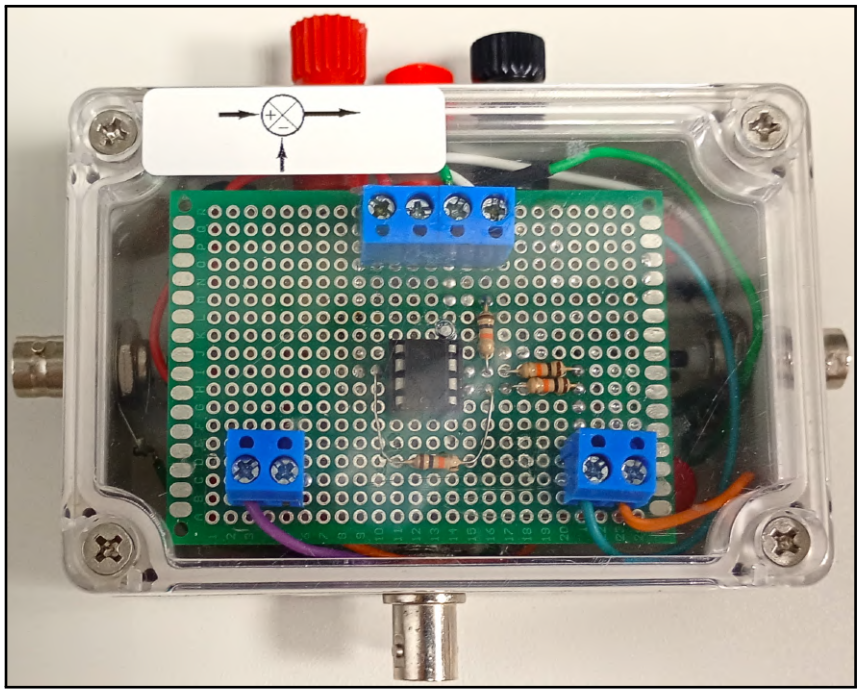

Figura 14: Protótipo do comparador

3.4 Planta P(s)

Subsistemas físicos podem ser modelados matemáticamente através de funções de transferência e estes podem ser elétricos, mecânicos, eletrônicos, etc. [Nise, 2023]. Uma planta eletrônica analógica é um subsistema físico composto por componentes passivos e ativos (amplificadores operacionais, por exemplo).

Na seção 2.2 é discutido como a função de transferência de um estágio é a divisão das impedâncias e que amplificadores operacionais constituem a base de diversos circuitos e aplicações analógicas. O estudo de amplificadores de múltiplos estágios tem sido o foco de projetistas nas últimas décadas, visando melhores desempenhos [Kuo and Tsai, 2019].

Duas aplicações são utilizadas no projeto da planta eletrônica: o circuito multiplicador e o filtro passa-baixas de 1ª ordem. Quando diferentes estágios são conectados em série (ou cascata), o ganho total é o produto dos ganhos de cada estágio individualmente [Boylestad and Nashelsky, 2004]. A função de transferência global de um circuito multiestágios, $T_{total}(s)$ é dada por:

$$T_{total}(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = T_1(s)T_2(s)T_3(s)\dots T_n(s). \tag{29}$$

A planta deste projeto trata-se de um circuito de quatro estágios interconectados em série. A saída do primeiro estágio alimenta a entrada do segundo estágio e assim sucessivamente até o quarto e último estágio. O primeiro estágio trata-se de um multiplicador de ganho constante, que reduz a amplitude do sinal de onda quadrada em 10%. O segundo, terceiro e quarto estágio tratam-se de filtros passa-baixas ativo. Os componentes possuem valores nominais de $R_1 = R_3 = R_5 = 100\,\text{k}\Omega$, $R_2 = 10\,\text{k}\Omega$, $R_4 = 220\,\text{k}\Omega$, $R_6 = R_8 = 470\,\text{k}\Omega$, $R_7 = 360\,\text{k}\Omega$, além de capacitores $C_1 = C_2 = C_3 = 0.1\,\mu\text{F}$. Em todos os estágios, utilizam-se amplificadores operacionais *LM*741 e alimentação simétrica de ± 12 V. Esta alimentação é aplicada para este subsistema e todos os demais quando construídos em bancada. A fonte de alimentação simétrica pode ser vista na Fig. 10.

A Figura 15 apresenta o esquemático da planta $P(s)$ no software LTspice. Para a análise de desempenho, cada estágio foi avaliado isoladamente por meio de modelagem matemática e simulações computacionais, como será visto a seguir.

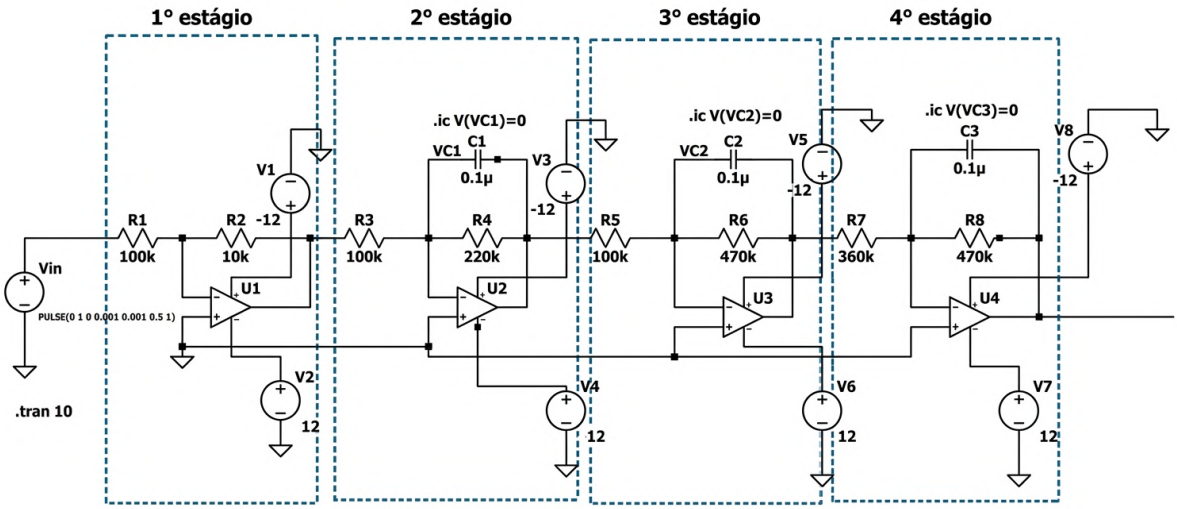

Figura 15: Esquemático da planta em malha aberta (LTspice)

3.4.1 Primeiro estágio (S_1)

A função de transferência do primeiro estágio, que atua como um amplificador inversor, é definida pela relação entre os resistores de realimentação e de entrada, e é dada pela equação seguinte:

$$\frac{S_1(s)}{V_e(s)} = -\frac{R_2}{R_1} = \frac{-10k\Omega}{100k\Omega} = -0.1. \tag{30}$$

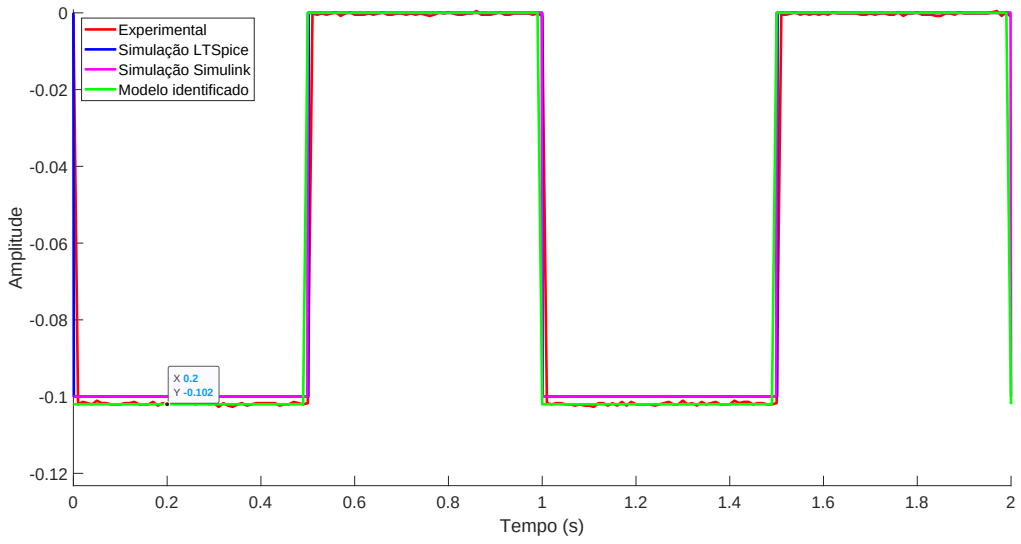

Figura 16: Sinais de saída do 1º estágio: Experimental (NI ELVIS) vs Simulação (LTspice) vs Simulação (Simulink) vs Modelo (Identificado)

A Figura 16 apresenta a comparação entre as respostas temporais para este estágio, obtidas nos softwares LTspice e Simulink, através do modelo identificado e através da planta experimental. O sinal experimental (em vermelho) foi obtido via hardware utilizando a plataforma NI ELVIS II e a interface de aquisição de dados do MATLAB. O sinal modelo identificado (verde) baseou-se na análise do sinal experimental, utilizando como referência a aproximação por um sistema de primeira ordem, expressa na Eq. (4). Como o primeiro estágio do subsistema apresenta uma resposta independente da frequência, devido à ausência de elementos capacitivos em sua topologia original, o termo dinâmico do denominador é desconsiderado para este bloco específico, tratando-se de um ganho puramente estático. Para a determinação quantitativa de γ, utilizou-se a ferramenta de cursores do MATLAB para identificar a amplitude do primeiro pico no sinal experimental. Os sinais do LTspice (em azul) e Simulink (em rosa) foram obtidos via simulação. Todos os sinais apresentam um ganho negativo próximo de 0.1 em relação à amplitude de entrada. Os sinais de simulação são as curvas que mais se aproximam e demonstraram um comportamento mais próximo do ideal. As curvas do modelo identificado e experimental exibiram grande proximidade entre si. Nota-se a presença de ruído no sinal experimental, o que é condizente com as interferências típicas em circuitos físicos operando em baixas frequências, como o ruído de rede (60 Hz) ou ruído térmico dos componentes.

3.4.2 Segundo estágio (S_2)

O segundo estágio do sistema consiste em um filtro passa-baixas ativo de primeira ordem. Esta topologia é fundamental para a dinâmica da planta, pois introduz um polo real que limita a largura de banda e atenua componentes de alta frequência.

A função de transferência do segundo estágio é derivada a partir da impedância de realimentação em paralelo ($R_4 \parallel C_1$), resultando na expressão:

$$\begin{aligned}\frac{S_2}{V_e(s)} &= \frac{-R_4 \parallel \frac{1}{sC_1}}{R_3} \\ &= -\frac{220\ \text{k}\Omega}{100\ \text{k}\Omega} \cdot \frac{1}{s(0.1\ \mu\text{F})(220\ \text{k}\Omega)+1} \\ &= -\frac{2.2}{s0.022+1} \\ &= -\frac{100}{s+\frac{500}{11}}. \end{aligned} \tag{31}$$

A frequência de corte (f_c), ponto onde a magnitude da resposta em frequência decai 3 dB em relação ao ganho DC, é determinada pelos componentes do ramo de realimentação (R_4 e C_1):

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_4 C_1} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi(220\ \text{k}\Omega)(0.1\ \mu\text{F})} \Rightarrow f_c \approx 7.23\ \text{Hz}. \tag{32}$$

O sinal experimental (em vermelho) foi obtido da mesma forma como descrito para o primeiro estágio. O sinal do modelo identificado (verde) para o segundo estágio foi realizada igualmente através da aproximação para um sistema de primeira ordem, porém diferente do estágio anterior, este subsistema apresenta comportamento dinâmico devido à presença de um elemento capacitivo. O ganho estático foi determinado pela amplitude do pico da segunda onda, resultando

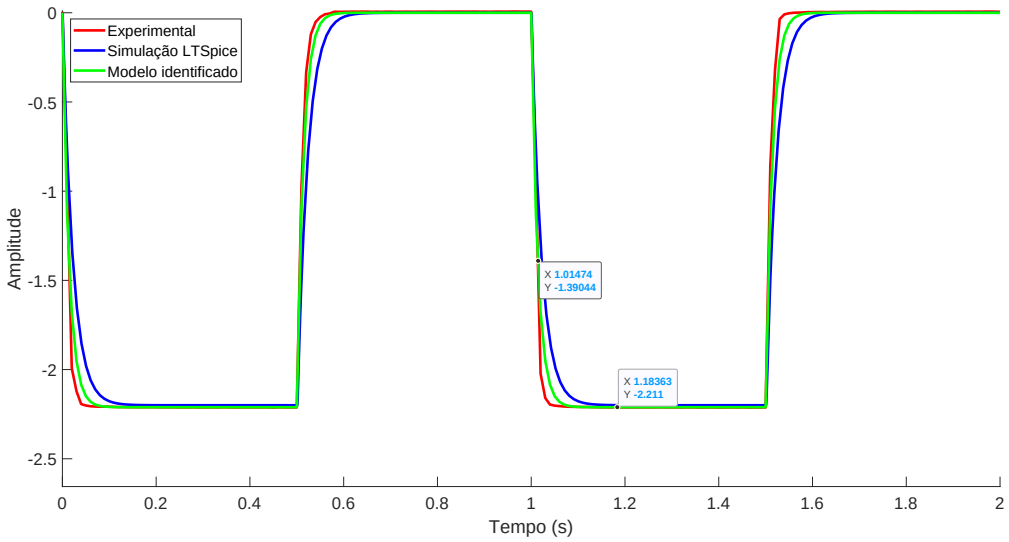

Figura 17: Sinais de saída do 2º estágio: Experimental (NI ELVIS) vs Simulação (LTspice) vs Modelo (Identificado)

em $\gamma = -2.211$. Para a obtenção da constante de tempo T, utilizou-se o método do valor final de 63.2%, correspondente à amplitude de -1.390. Com o auxílio da ferramenta de cursores, a constante de tempo foi encontrada pela diferença entre o instante em que o sinal atingiu tal amplitude ($x_2 = 1.014$ s) e o instante de aplicação do degrau unitário ($x_1 = 1$ s), resultando em $T = 0.014$ s. Devido as curvas de simulação apresentarem um comportamento quase idêntico, dessa vez foi seleciondo somente o sinal do LTspice (azul). A comparação temporal entre os sinais experimental, simulado e o modelo identificado é vista na Fig. 17. Assim como no estágio anterior, a curva de simulação apresenta o comportamento idealizado. Os resultados experimentais e o modelo matemático estão, mais uma vez, em concordância. Entretanto, diferentemente do primeiro estágio, o sinal experimental em S_2 não apresentou ruído significativo. Este fenômeno é justificado pela própria natureza do circuito: como a frequência de operação (1 Hz) está bem abaixo da frequência de corte ($f_c \approx 7.23$ Hz), calculado na Eq. (32), o estágio atua filtrando ruídos de alta frequência e interferências eletromagnéticas externas, resultando em uma forma de onda mais limpa na saída.

3.4.3 Terceiro estágio (S_3)

Assim como o estágio anterior, o terceiro bloco da planta configura-se como um filtro passa-baixas ativo de primeira ordem, porém com parâmetros de ganho e constante de tempo distintos. A função de transferência é obtida pela relação entre a impedância de realimentação ($R_6 \parallel C_2$) e o resistor de entrada R_5:

$$\begin{aligned}
\frac{S_3}{V_e(s)} &= \frac{-R_6 \parallel \frac{1}{sC_2}}{R_5} \\
&= -\frac{470\ \text{k}\Omega}{100\ \text{k}\Omega} \cdot \frac{1}{s(0.1\ \mu\text{F})(470\ \text{k}\Omega)+1} \\
&= -\frac{4.7}{0.047s+1} \\
&= -\frac{100}{s+\frac{1000}{47}}.
\end{aligned} \tag{33}$$

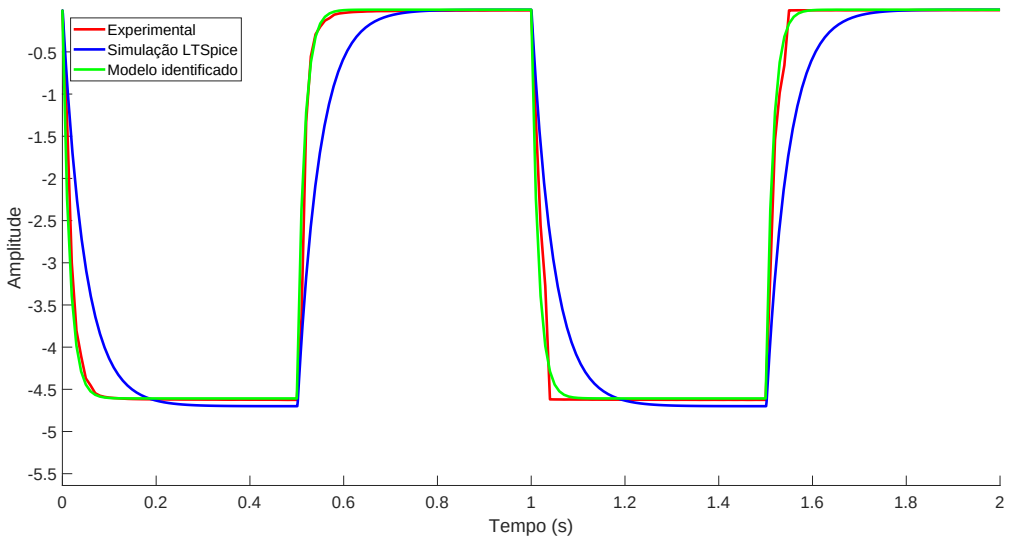

Figura 18: Sinais de saída do 3º estágio: Experimental (NI ELVIS) vs Simulação (LTspice) vs Modelo (Identificado)

Os sinais (experimental, modelo analítico e de simulação) são obtidos da mesma maneira que no segundo estágio. Para o modelo analítico também foi escolhida a amplitude da segunda onda para a obtenção do ganho estático e da constante de tempo, que resultou em $T = 0.015$. Nesta etapa, observa-se que os sinais experimental e do modelo identificado, vistos na Fig. 18, permanecem em concordância, validando a precisão da identificação paramétrica realizada. Entretanto, o sinal de simulação apresentou um distanciamento em relação aos demais, exibindo curvas de carga e descarga de capacitor com transientes mais definidos. Este comportamento do LTspice pode ser atribuído ao uso de modelos de componentes ideais e à ausência de perdas parasitas que existem no *hardware* real. Enquanto o sinal experimental sofre influências da impedância de saída do NI ELVIS II e da resolução de amostragem do MATLAB, o simulador resolve as equações diferenciais com alta precisão numérica e condições iniciais nulas, resultando em uma resposta transitória que segue estritamente a constante de tempo teórica $\tau = 47\,\text{ms}$ (Eq. (33)).

3.4.4 Quarto estágio (S_4)

O quarto estágio encerra a malha da planta mantendo a topologia de filtro passa-baixas ativo. A sua função de transferência é definida pela interação entre a realimentação de $R_8 \parallel C_3$ e o resistor de entrada R_7, apresentando uma constante de tempo teórica τ idêntica à do terceiro estágio (47 ms), porém com ganho de malha distinta:

$$\begin{aligned}
\frac{S_4}{V_e(s)} &= \frac{-R_8 \parallel \frac{1}{sC_3}}{R_7} \\
&= -\frac{470\ \text{k}\Omega}{360\ \text{k}\Omega} \cdot \frac{1}{s(0.1\ \mu\text{F})(470\ \text{k}\Omega)+1} \\
&= -\frac{1.306}{0.047s+1} \\
&= -\frac{\frac{1306}{47}}{s+\frac{1000}{47}}.
\end{aligned} \tag{34}$$

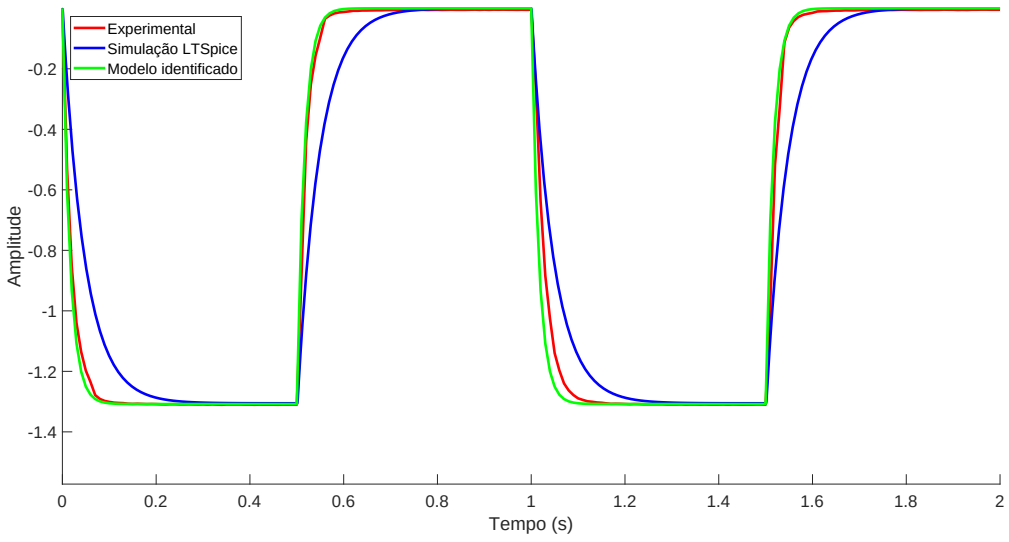

Figura 19: Sinais de saída do 4º estágio: Experimental (NI ELVIS) vs Simulação (LTspice) vs Modelo (Identificado)

Os sinais foram obtidos igualmente como no terceiro e segundo estágios. Novamente é escolhida a amplitude da segunda onda para realização da aproximação de um sistema de primeira ordem. A constante de tempo do modelo foi de $T = 0.016$. Conforme observado e discutido no estágio anterior, os resultados experimentais e o modelo matemático apresentam uma sobreposição satisfatória, confirmando a precisão da identificação do sistema físico, esses resultados são observados na Fig. 19. O modelo analítico é dependente dos valores nominais dos componentes. A simulação no LTspice reitera o comportamento transitório idealizado, com curvas de carga e descarga que seguem rigorosamente a solução teórica da equação diferencial. Esta recorrência nos resultados entre os estágios S_3 e S_4 ratifica a estabilidade da montagem experimental e a confiabilidade das leituras obtidas via plataforma NI ELVIS II. A Figura 20 ilustra o respectivo diagrama de blocos no ambiente MATLAB/Simulink.

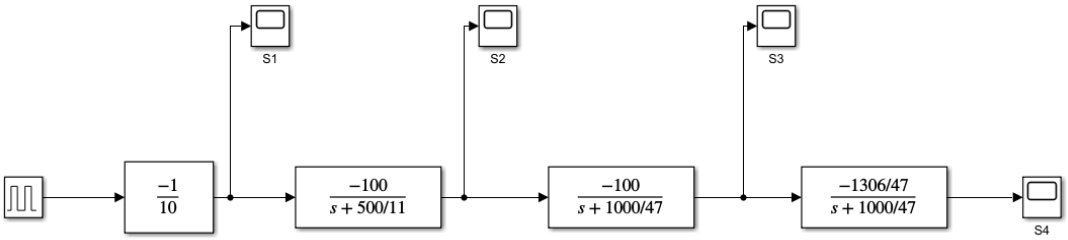

Figura 20: Modelagem da planta em malha aberta através do MATLAB (Simulink)

A planta teórica, ou seja, que considera apenas os valores nominais dos componentes e dada pela multiplicação dos quatro estágios em série tem então a seguinte função de transferência:

$$P(s) = \left(-\frac{1}{10}\right)\left(-\frac{100}{s+\frac{500}{11}}\right)\left(-\frac{100}{s+\frac{1000}{47}}\right)\left(-\frac{\frac{1306}{47}}{s+\frac{1000}{47}}\right)$$

$$= \frac{1.306.000}{47\left(s+\frac{500}{11}\right)\left(s+\frac{1000}{47}\right)^2}. \tag{35}$$

A Fig. 21 representa o processo de aquisição dos sinais experimentais dos estágios da planta utilizando a plataforma NI ELVIS II. A alimentação simétrica para os Amp-Ops da planta e demais subsistemas via plataforma NI ELVIS II foi de $\pm$15V.

Cabe ressaltar que o circuito foi projetado com a inclusão estratégica de jumpers (chaves seletoras) destinados ao isolamento de cada estágio da planta. Essa característica, prevista desde a etapa de projeto, permite a análise individualizada de cada bloco funcional e facilita o processo de depuração e aquisição de dados, garantindo maior precisão na caracterização do sistema. Os resultados experimentais da planta resultaram em:

$$P_{exp}(s) = \frac{1.359}{3.36\cdot 10^{-6}s^3 + 6.74\cdot 10^{-4}s^2 + 0.045s + 1} \tag{36}$$

Tabela 1: Comparação entre as Funções de Transferência Teóricas e dos Modelos Identificados

Estágio	**Modelo Analítico**	**Modelo Identificado**
$S_1(s)$	-0.1	-0.102
$S_2(s)$	$-\frac{2.2}{0.022s+1}$	$-\frac{2.211}{0.014s+1}$
$S_3(s)$	$-\frac{4.7}{0.047s+1}$	$-\frac{4.608}{0.015s+1}$
$S_4(s)$	$-\frac{1.306}{0.047s+1}$	$-\frac{1.308}{0.016s+1}$

A Tabela 1 estabelece um comparativo entre as funções de transferência obtidas via cálculo analítico (teórico) baseado nos valores nominais dos componentes e as funções de transferência

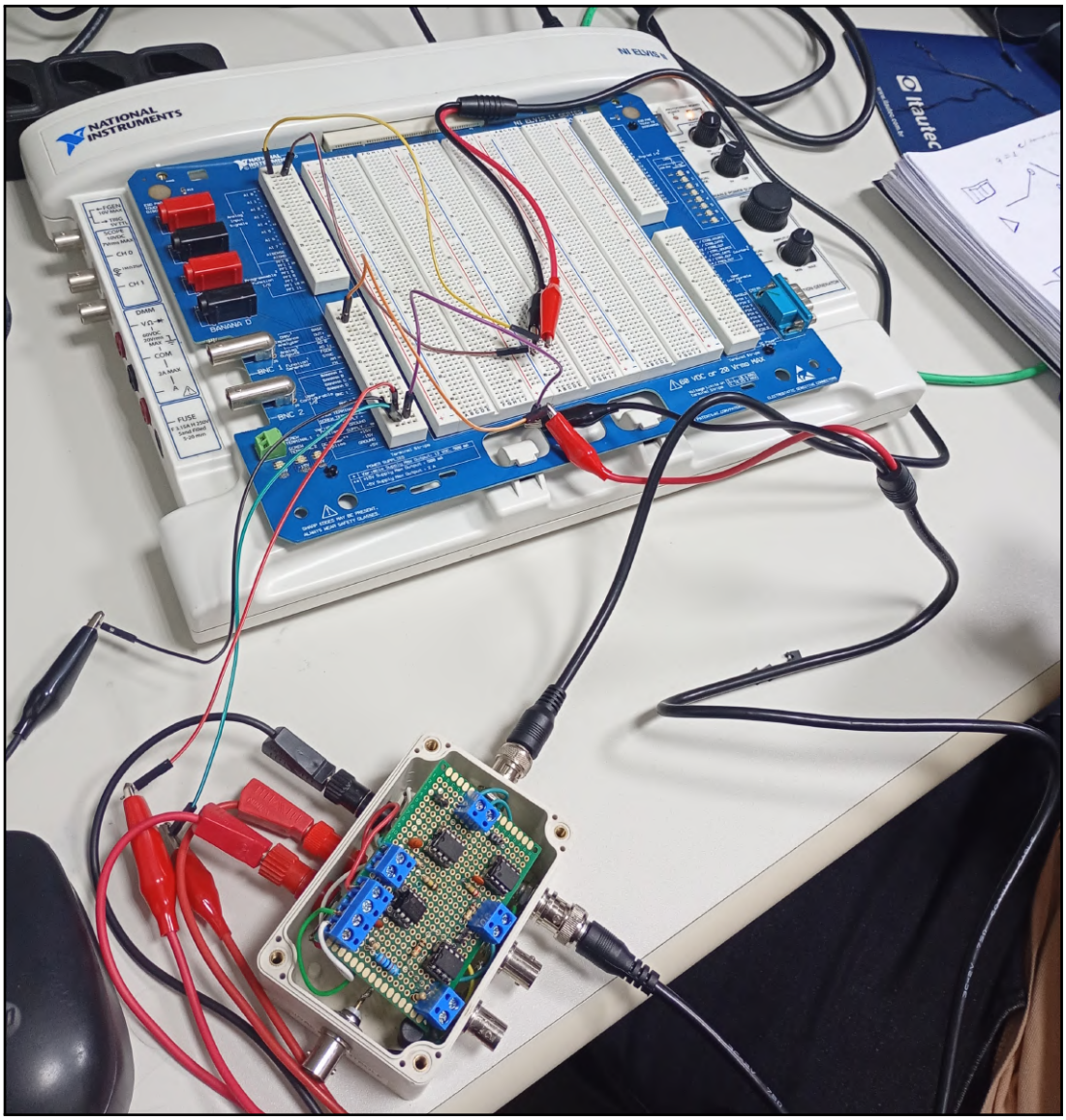

Figura 21: Aquisição dos sinais experimentais da planta via NI ELVIS II

dos modelos identificados a partir da aproximação por um sistema de primeira ordem. O protótipo da planta $P(s)$ é visto na Fig. 22. Igualmente, este subsistema foi acomodado em uma caixa termoplástica e teve o terminal de referência (GND) curto-circuitado por toda a extensão interna da caixa.

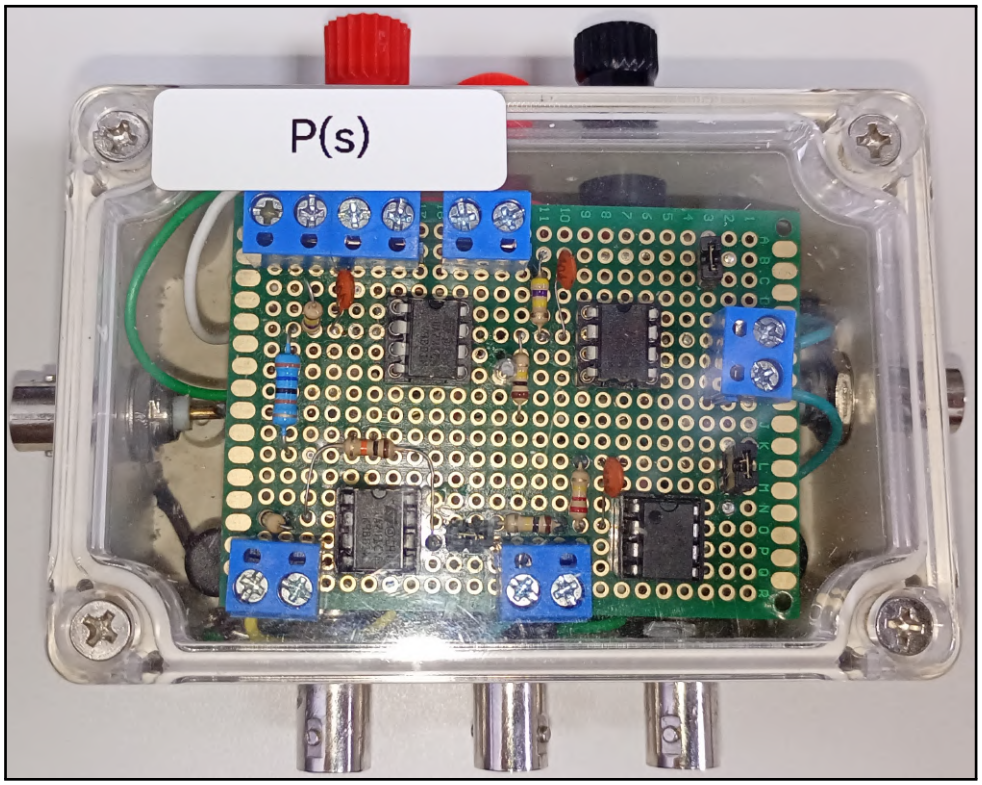

Figura 22: Protótipo de planta P(s)

3.5 Controladores

A sequência metodológica de projeto adotada neste trabalho prioriza, inicialmente, a adequação da resposta transitória para, em seguida, tratar os requisitos de regime permanente. A justificativa dessa escolha reside na necessidade de estabilizar e moldar a dinâmica da planta experimental por meio do controlador por avanço de fase. A partir deste momento, chamaremos $P_{exp}(s)$ simplesmente como sendo $P(s)$, isto é, todos os cálculos que envolvem a planta serão realizados a partir do resultado obtido com a planta experimental. A decisão de utilizar o modelo da planta identificada experimentalmente, em detrimento do modelo puramente teórico, fundamenta-se na necessidade de obter uma fidelidade dinâmica superior para o projeto dos controladores. A planta experimental considera os valores reais dos componentes utilizados, bem como incorpora automaticamente as resistências de contato, capacitâncias parasitas das trilhas da placa e imperfeições internas dos amplicadores operacionais.

Utilizando a técnica do Lugar das Raízes fundamentada na seção 2.3, o controlador foi projetado para colocar os polos de malha fechada na posição desejada, satisfazendo sobressinal e tempo de estabilização, requisitos discutidos na seção 2.1. Uma vez estabelecida uma dinâmica satisfatória, procedeu-se ao ajuste do erro estacionário. Para isso, o ganho proporcional foi calculado para atuar de forma externa ao loop principal de avanço de fase, assegurando que o sistema rastreie a referência com a precisão necessária sem comprometer as margens de estabilidade e o comportamento dinâmico previamente obtidos. Tais compensadores serão discutidos a seguir.

3.5.1 Controlador por avanço K(s)

O controlador por avanço foi projetado para atender as diretrizes para a determinação do Lugar das Raízes. As especificações de desempenho para esse controlador são de um máximo

de sobressinal menor que 20% e tempo de acomodação (estabilização) de 2% menor que 0.2s. Para atender a uma margem de segurança foi escolhido um *pss* de 10.25% e um $t_{2\%}$ de 0.1s.

1. **Polos desejados de malha fechada**:

   Primeiramente, calcula-se o fator de amortecimento (ξ) necessário para atender ao sobressinal especificado:

$$\begin{aligned}\xi &= \frac{\ln\left(\frac{pss}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \left(\ln\left(\frac{pss}{100}\right)\right)^2}} \\ &= \frac{\ln\left(\frac{10.25}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \left(\ln\left(\frac{10.25}{100}\right)\right)^2}} \approx 0.59.\end{aligned} \tag{37}$$

   A partir de ξ e do tempo de estabilização desejado, determina-se a frequência natural (ω_n):

$$t_{2\%} = \frac{4}{\xi\,\omega_n} = 0.1\,\text{s} \Rightarrow \omega_n = \frac{4}{0.59 \cdot 0.1} \approx 67.80\,\text{rad/s}. \tag{38}$$

   Os polos desejados para o sistema em malha fechada são:

$$p_{1,2} = -\xi\,\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} \Rightarrow p_{1,2} = -40 \pm j54.74. \tag{39}$$

2. **Ângulo do sistema em malha aberta**:

   Definindo o polo com parte imaginária positiva $s = -40 + j54.74$ como dominante principal, o ângulo do sistema em malha aberta é:

$$\begin{aligned}\angle P(s)H(s)\Big|_{s=-40+j54.74} &= \angle \frac{1.359}{3.36 \cdot 10^{-6}s^3 + 6.74 \cdot 10^{-4}s^2 + 0.045s + 1} \\ &= \angle \frac{1.359}{-0.748 - j0.156} \\ &= 0^\circ - (180^\circ + 11.82^\circ) \\ &= -191.82^\circ.\end{aligned} \tag{40}$$

3. **Condição de ângulo do Lugar das Raízes**:

   Para satisfazer a condição de ângulo do lugar das raízes, o controlador deve fornecer uma contribuição angular específica, satisfazendo a condição de ângulo. Conforme demonstrado na Eq. (18), a soma dos ângulos dos polos e zeros da malha aberta em relação ao ponto de projeto deve resultar em um múltiplo ímpar de 180°:

$$\theta - 191.82^\circ = -180^\circ \Rightarrow \theta = 11.82^\circ. \tag{41}$$

A Figura 23 ilustra a construção geométrica no plano complexo utilizada para determinar a posição do polo do controlador (pc). Utilizando as relações trigonométricas no triângulo formado pelo polo desejado e o eixo real, define-se a distância horizontal extra x necessária para atingir o ângulo θ. A altura do triângulo é dada pela parte imaginária do polo, neste caso 54.74, e a base parcial y corresponde a parte real, neste caso 40. Calcula-se x da seguinte forma:

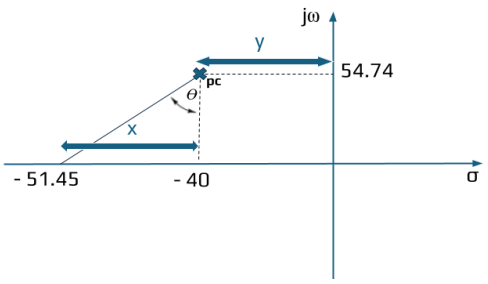

Figura 23: Representação gráfica da condição de ângulo do Lugar das Raízes

O polo do controlador é então determinado como:

$$p_c = -(x+y) = -(x+40),$$

$$\tan\theta = \frac{x}{54.74} \Rightarrow x = 11.45,$$

$$\Rightarrow p_c = -(11.45+40),$$

$$p_c = -51.45. \tag{42}$$

4. **Determinação do controlador por avanço** $K(s)$:

   Após a definição da geometria dos polos e zeros para atender à condição de ângulo, é necessário determinar o ganho do controlador K_c através da condição de módulo, demonstrado na Eq. (17). Esta etapa garante que, no polo complexo de interesse ($s = -40 + j54,74$), a magnitude da função de transferência em malha aberta seja unitária, forçando os polos de malha fechada a se situarem exatamente sobre os pontos de projeto. Desse modo, o controlador é definido como:

$$K(s) = K_c \frac{s+(-z)}{s+(-p)} = K_c \frac{(s+40)}{(s+51.45)}. \tag{43}$$

   Aplicando a condição de módulo:

$$\left|K(s)P(s)H(s)\right|_{s=-40+j54.74} = 1$$

$$\left|K_c \frac{(-40+j54.74+40)}{(-40+j54.74+51.45)} \cdot \frac{1.359}{3.36\cdot 10^{-6}s^3 + 6.74\cdot 10^{-4}s^2 + 0.045s + 1}\right|_{s=-40+j54.74} = 1$$

$$K_c \approx 0.575. \tag{44}$$

Utilizando a Eq. (43) com o valor encontrado para K_c, tem-se:

$$K(s) = 0.575\frac{(s+40)}{(s+51.45)}. \tag{45}$$

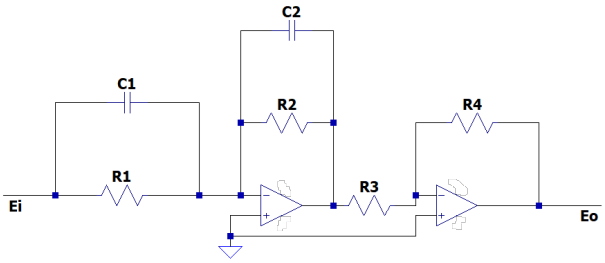

Figura 24: Representação esquemática de um compensador por avanço de fase

O circuito eletrônico do controlador por avanço é apresentado na Fig. 24. O circuito tem a seguinte função de transferência:

$$K(s) = \frac{E_o}{E_i} = \frac{R_4}{R_3}\frac{R_2}{R_1}\frac{sR_1C_1+1}{sR_2C_2+1}. \tag{46}$$

O primeiro amplificador operacional em conjunto com a rede RC de entrada (R_1, C_1) e a malha de realimentação (R_2, C_2) definem a posição do zero e do polo. Para a implementação de um controlador por avanço, os componentes devem ser selecionados de modo que a condição $R_1C_1 > R_2C_2$ seja satisfeita, garantindo a adição de fase ao sistema. O segundo estágio atua como um amplificador inversor. Sua função é ajustar o ganho total K_c por meio da relação entre os resistores e corrigir a inversão de sinal proveniente do primeiro estágio, assegurando que a ação de controle aplicada à planta possua a polaridade adequada.

Igualando a Eq. (46) com a Eq. (45), tem-se:

$$K(s) = \frac{R_4}{R_3}\frac{R_2}{R_1}\frac{sR_1C_1+1}{sR_2C_2+1} = 0.575\frac{(s+40)}{(s+51.45)}. \tag{47}$$

A relação entre os resistores trata-se do ganho DC e os produtos RC tratam-se do posicionamento de polos e zeros. Foram fixados os capacitores C_1 e C_2 em 0.1uF e então calculados os valores dos resistores, que tiveram valores de $R_1 = 224,82$ kΩ, $R_2 = 182,92$ kΩ, $R_3 = 1189$ Ω e $R_4 = 2158$ Ω.

O projeto de controlador foi validado no MATLAB. Para isso fechou-se a malha de controle, integrando o compensador projetado à função de transferência da planta total. Por meio do comando feedback e da análise dos polos de malha fechada, verificou-se que o controlador posicionou os polos dominantes do sistema exatamente nas coordenadas desejadas, conforme estabelecido pela Eq. (39). O protótipo do controlador por avanço $K(s)$ é apresentado na Fig. 25 e este subsistema também foi acomodado em uma caixa termoplástica com GND curto-circuitado por toda a extensão interna da caixa.

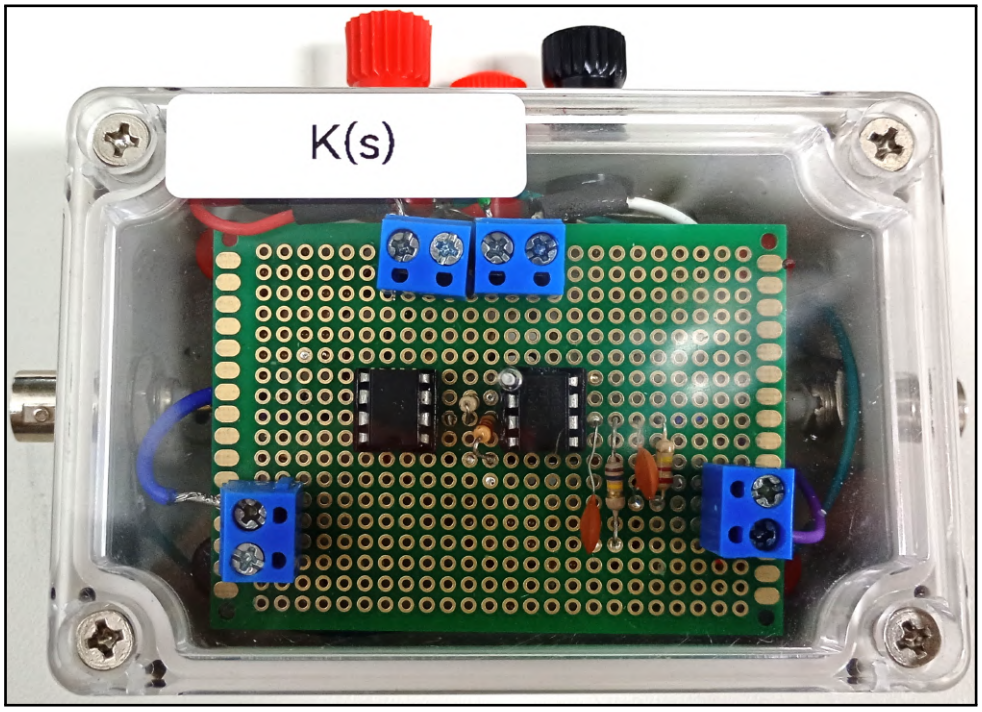

Figura 25: Protótipo do controlador por avanço K(s)

3.5.2 Controlador proporcional L(s)

A etapa final do projeto consiste na determinação do ganho proporcional $L(s)$, atuando como um pré-filtro ou ganho de referência, cujo objetivo é assegurar um erro de regime estacionário nulo para uma entrada degrau unitário. Conforme discutido na seção 2.3.1, o erro estacionário $E(s)$ trata da diferença entre a entrada e a saída do sistema e pode ser representado a partir da Eq. (22), onde a resposta total do sistema incorpora o ganho $L(s)$ como um componente externo ao laço de realimentação. Aplicando o controlador $K(s)$ obtido na Eq. (45), a planta $P(s)$ da Eq. (36) e considerando a realimentação unitária ($H(s) = 1$), a relação de malha fechada total é dada por:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = L(s) \underbrace{\left[\frac{0.575 \frac{(s+40)}{(s+51.45)} \left(\frac{1.359}{3.36 \cdot 10^{-6} s^3 + 6.74 \cdot 10^{-4} s^2 + 0.045 s + 1} \right)}{1 + 0.575 \frac{(s+40)}{(s+51.45)} \left(\frac{1.359}{3.36 \cdot 10^{-6} s^3 + 6.74 \cdot 10^{-4} s^2 + 0.045 s + 1} \right)} \right]}_{T(s)} \tag{48}$$

Como o circuito eletrônico que implementa $L(s)$ é composto estritamente por resistores e amplificadores operacionais em configuração de ganho constante, a sua função de transferência não apresenta termos dinâmicos (dependentes de s). Para garantir que a saída $Y(s)$ rastreie a referência $R(s)$ sem desvios permanentes, aplica-se o Teorema do Valor Final:

$$\bar{e}_{est} = \lim_{s\to 0} s\,[L(s)R(s) - T(s)R(s)] = 0 \implies 1 - L \cdot \frac{K(0)P(0)}{1 + K(0)P(0)H(0)} = 0 \Rightarrow L(s) \approx 2.645. \tag{49}$$

O projeto eletrônico do controlador proporcional que assegura o erro estacionário é visto na Fig. 26. O primeiro amplificador operacional atua como um inversor, onde o ganho é definido exclusivamente pela relação resistiva R_2/R_1. Diferente do compensador por avanço, este estágio não possui capacitores, mantendo um ganho constante para todas as frequências de operação. O segundo estágio também opera na configuração inversora, tendo como função principal a correção da polaridade do sinal proveniente do estágio anterior. A relação entre R_4 e R_3 permite o ajuste final do ganho total L necessário para atender aos requisitos de erro estacionário e desempenho do sistema.

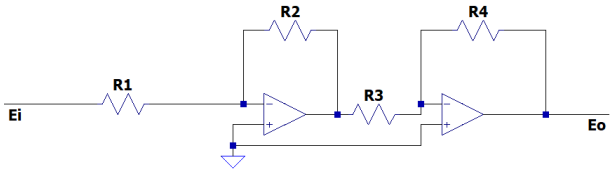

Figura 26: Representação esquemática de um compensador proporcional

A função de transferência para o circuito eletrônico do controlador proporcional é dada por:

$$L = \frac{E_o}{E_i} = \frac{R_4}{R_3}\frac{R_2}{R_1} \tag{50}$$

A implementação física do controlador proporcional $L(s)$ também foi realizada através de circuitos amplificadores operacionais. Para atingir o valor de projeto de 2.645, utilizou-se uma configuração em série, onde o ganho total L_{circuito} é o produto dos ganhos de cada estágio. Os resistores R_2 e R_4 foram obtidos através da associação em série de componentes comerciais. Estes componentes foram selecionados individualmente por meio de um processo de triagem manual, visando obter a combinação mais precisa possível para os valores de resistência e, consequentemente, aproximar o ganho real ao valor teórico projetado. Especificamente, R_2 consiste na associação em série de 15.07 kΩ e 11.67 kΩ, enquanto R_4 consiste na associação em série de 14.99 kΩ e 11.89 kΩ. O ganho real medido é dado por:

$$L_{circuito} = \left(\frac{16.24\ \text{k}\Omega}{10.05\ \text{k}\Omega}\right)\left(\frac{16.18\ \text{k}\Omega}{10.09\ \text{k}\Omega}\right) \approx 2.59 \tag{51}$$

A despeito de um erro percentual de aproximadamente 2.07% entre o valor projetado de 2.645 e o valor experimentalmente implementado de 2.59, observa-se que tal desvio decorre primordialmente das tolerâncias intrínsecas aos componentes eletrônicos utilizados. Esta diferença, embora mensurável, mostra-se insuficiente para comprometer a dinâmica da malha. O protótipo físico deste subsistema é detalhado na Fig. 27. Para manter a integridade visual e funcional de todo o conjunto didático, este bloco foi acondicionado em uma estrutura termoplástica sob as mesmas condições de montagem aplicadas aos subsistemas anteriores, mantendo o barramento comum de baixa impedância, reforçando a modularidade e a padronização estética da bancada.

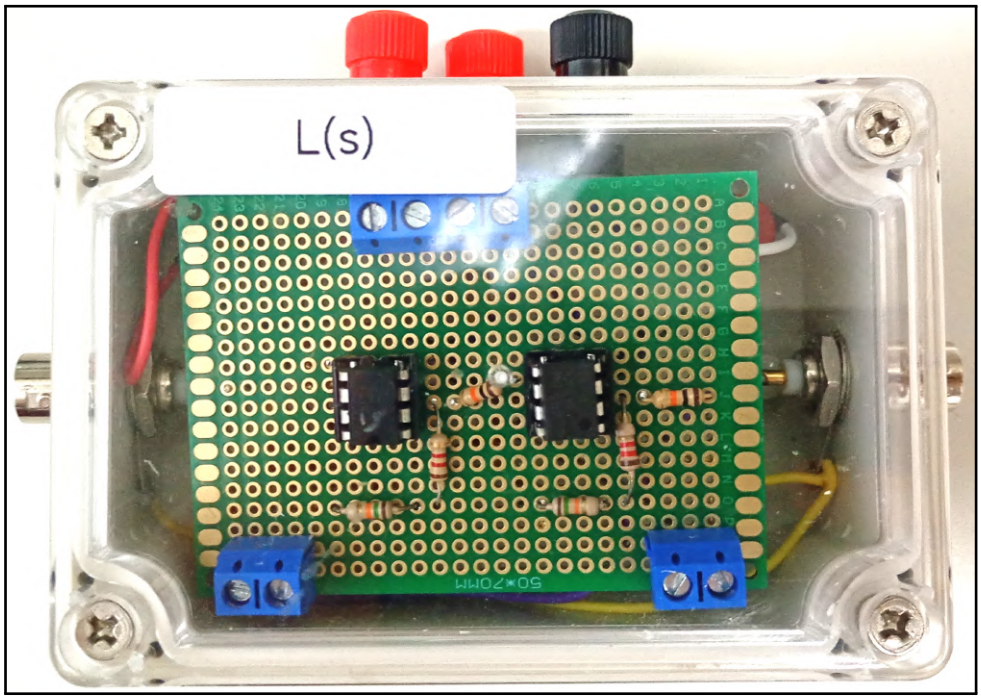

Figura 27: Protótipo do controlador proporcional L(s)

3.6 Resultados do sistema de controle

Nesta seção, apresentam-se os sinais experimentais pós-processados no domínio do tempo de cada subsistema da plataforma didática, analisados em conjunto com a referência de entrada, igualmente no domínio do tempo. Tais sinais estão dispostos na Fig. 8 da página 19. O conjunto de sinais compreende:

- $R(s)$: excitação do sistema, configurada como um degrau unitário;
- $\bar{R}(s)$: saída do controlador proporcional $L(s)$, atuando como uma referência compensada;
- $\bar{E}(s)$: sinal de erro interno obtido na saída do comparador (diferença entre $\bar{R}(s)$ e $Y(s)$);
- $U(s)$: ação de controle gerada pelo compensador por avanço de fase $K(s)$;
- $Y(s)$: resposta final da planta $P(s)$ no domínio do tempo.

Com exceção da referência, todos os sinais possuem natureza experimental, tendo sido obtidos via instrumentação com a plataforma NI ELVIS II integrada à interface MATLAB/Simulink. O setup utilizado no processo de aquisição é detalhado na Fig. 28.

A interface entre o ambiente de simulação e os subsistemas construídos foi elaborada utilizando a *Data Acquisition Toolbox* disponível no Simulink. Para a coleta dos dados experimentais, foram configurados blocos de entrada e saída analógica (*Analog Input e Analog Output*), permitindo a comunicação direta com o *hardware* NI ELVIS II. Visando garantir a fidelidade temporal da simulação em relação ao tempo físico, utilizou-se o bloco *Real-Time Pacer*, que sincroniza o passo de integração do solver com o relógio do computador, além do bloco *Elapsed Real Time* para o monitoramento preciso do desempenho e do tempo de execução da tarefa. Isto é visto na Fig. 29.

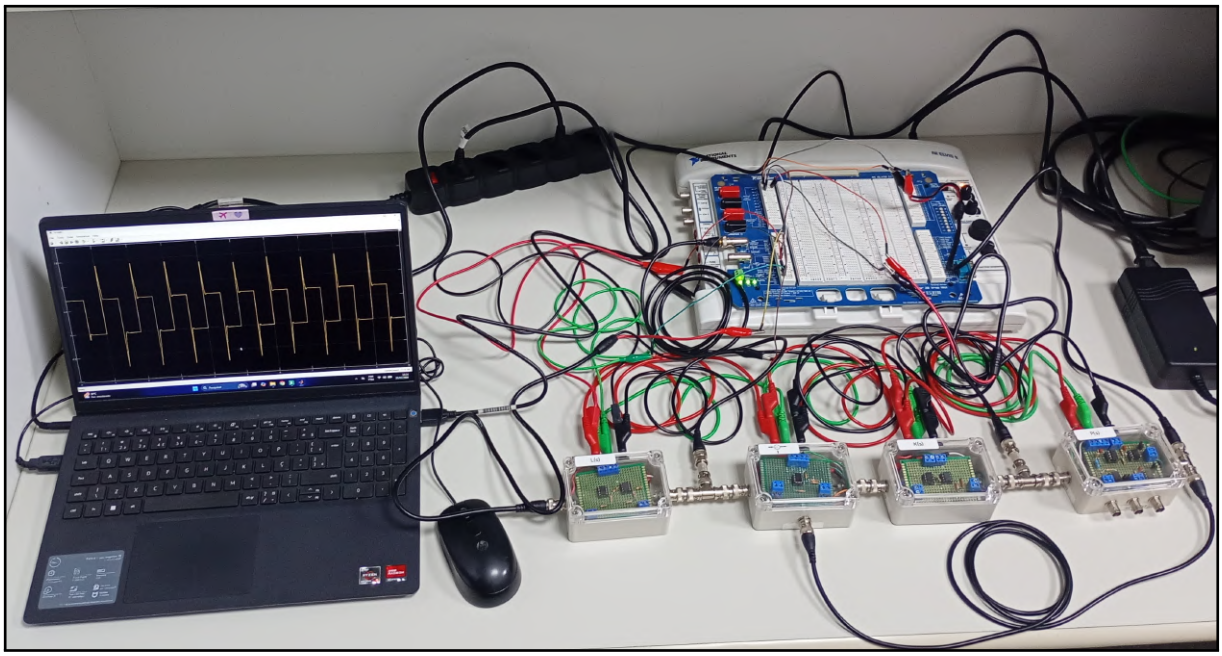

Figura 28: Processo de aquisição dos sinais dos subsistemas via NI ELVIS II

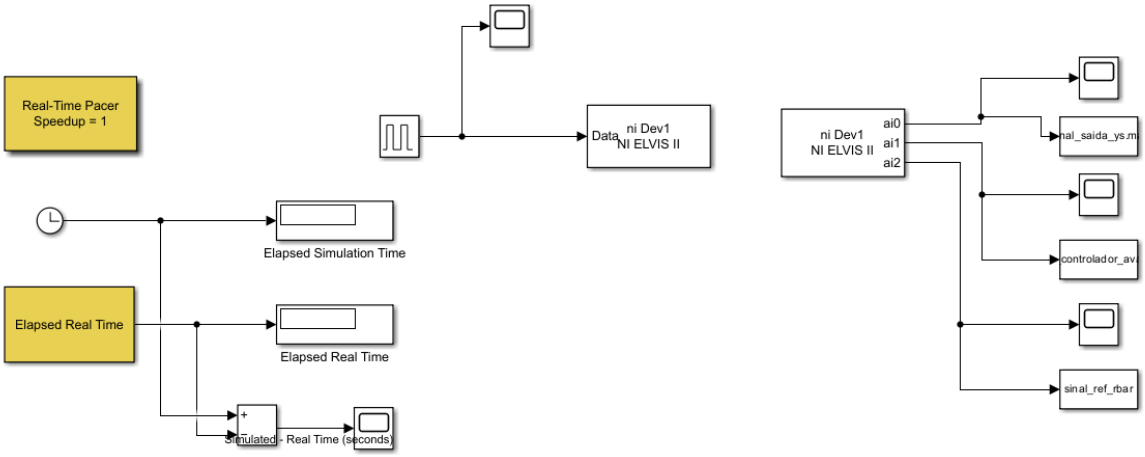

Figura 29: Processo de aquisição e visualização dos sinais dos subsistemas via MATLAB/Simulink

3.6.1 Sinal de entrada R(s)

O sinal de entrada $R(s)$, utilizado como excitação do sistema para a análise da resposta dinâmica, foi gerado digitalmente através de um bloco MATLAB/Simulink. Este sinal foi configurado no domínio do tempo como um pulso retangular (onda quadrada) com amplitude de 1 V e frequência de 1 Hz. A escolha dessa forma de onda e frequência é estratégica, pois permite observar tanto o comportamento transitório quanto o regime permanente do sistema em cada ciclo de comutação. O sinal de referência resultante, que serve como base para o rastreamento de entrada da malha de controle, é apresentado detalhadamente na Fig. 30.

Devido à sua natureza puramente computacional, a forma de onda gerada não apresenta

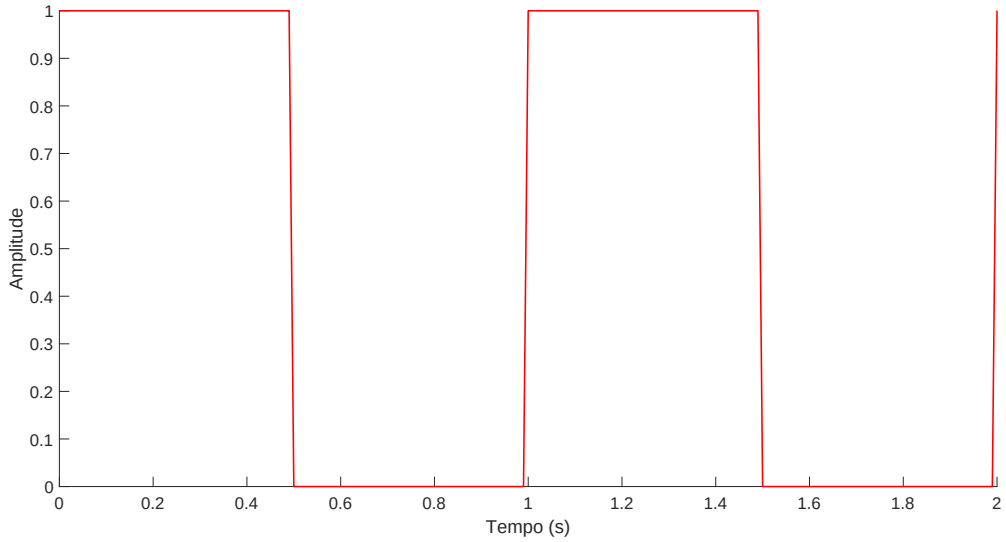

Figura 30: Sinal computacional de entrada R(s) no domínio do tempo

ruídos, harmônicos indesejados ou qualquer tipo de interferência eletromagnética comum em geradores de sinais, como o utilizado durante a etapa de construção do projeto mostrado na Fig. (11).

3.6.2 Sinal de saída $\bar{R}(s)$

O sinal de saída no domínio do tempo do controlador proporcional $L(s)$ é denominado $\bar{R}(s)$ e é visto na Fig. 31.

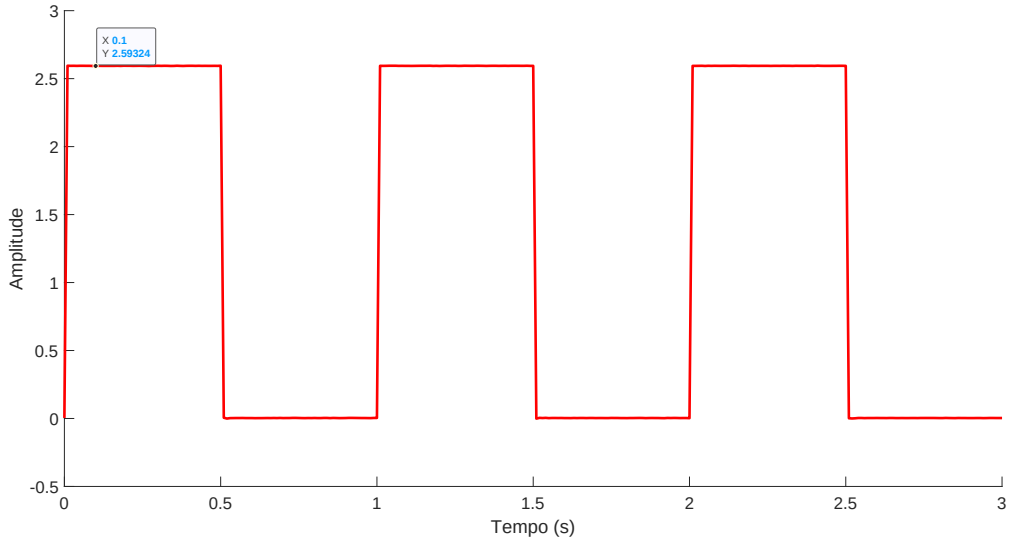

Figura 31: Sinal experimental de saída $\bar{R}(s)$ no domínio do tempo do controlador proporcional L(s)

A amplitude deste sinal de 2.59 V comprova a fidelidade da implementação física em relação ao projeto teórico, aproximando-se do ganho calculado de 2.645 V (Eq. (49)), bem como é compatível com o cálculo que considera o valor real dos componentes (Eq. (51)). Essa pequena

divergência percentual entre os valores teórico e experimental é perfeitamente justificada pelas tolerâncias intrínsecas dos componentes analógicos e pelas resistências parasitas presentes nas conexões soldadas ponto a ponto. Este resultado é fundamental, pois o sinal $\bar{R}(s)$ atua como uma referência compensada, isto é, ele amplifica o sinal de entrada, $R(s)$, para neutralizar a atenuação intrínseca da malha fechada, sendo uma estratégia de controle para compensar a atenuação natural dos estágios da planta $P(s)$.

Nota-se, então, em termos práticos, que o controlador proporcional está fornecendo o esforço necessário para que a planta possa atingir o valor final desejado com erro de regime permanente nulo em relação à entrada degrau unitário $R(s)$. Ao elevar o nível de energia do sinal de referência antes que este encontre as perdas dos estágios subsequentes, o controlador assegura que o sistema não apenas siga a referência, mas o faça com precisão estática, corrigindo a característica natural da planta de não atingir a unidade sem essa compensação de ganho.

3.6.3 Sinal de erro $\bar{E}(s)$

A saída do sinal experimental de erro $\bar{E}(s)$ no domínio do tempo é vista na Fig. 32. O sinal $\bar{E}(s)$ apresenta uma amplitude de 1.59 V na resposta em regime permanente, valor este que se encontra em total coerência com o cálculo teórico apresentado na Eq. 25 como sendo a diferença entre a referência processada pelo pré-filtro, $\bar{R}(s) = L(s)R(s)$, e a saída realimentada da planta, $Y(s)$. Considerando que $\bar{R}(s)$, conforme ilustrado na Fig. 31, possui amplitude de 2.59 V, e que $Y(s)$, apresentado na Fig. 34, atinge a amplitude de 1 V, a subtração direta desses sinais resulta exatamente nos 1.59 V observados experimentalmente.

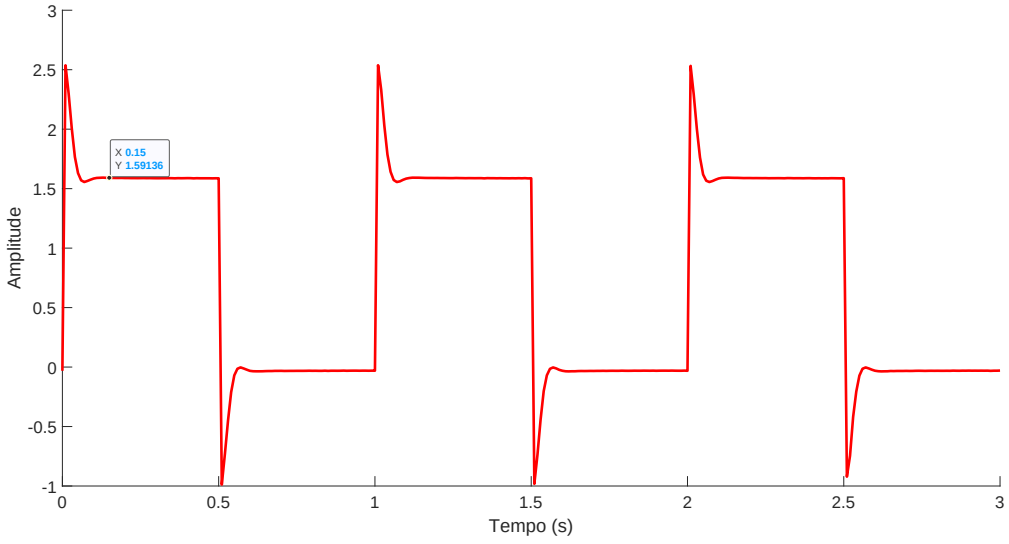

Figura 32: Sinal experimental de saída do erro $\bar{E}(s)$ no domínio do tempo

Esse alinhamento numérico valida a precisão da instrumentação e a integridade da malha de controle. Os picos de +2.5 V e -1 V visíveis no gráfico representam o comportamento transitório, ou seja, a dinâmica do sistema dissipando ou acumulando energia para se ajustar a uma nova condição de operação. A presença desses picos positivos e negativos, caracterizados por sobressinais, sugere um sistema com comportamento subamortecido, evidenciando a resposta oscilatória da malha antes da estabilização em regime permanente. É fundamental ressaltar que este valor de 1.59 V refere-se estritamente ao sinal de erro interno do comparador, $\bar{E}(s)$, e não deve ser confundido com o erro de rastreamento do sistema. Conforme discutido anteriormente,

a eficácia do controle é verificada em relação à entrada degrau unitário $R(s)$; como a saída $Y(s)$ atingiu o patamar de 1 V, confirma-se que o erro de regime permanente externo é nulo, apesar da existência de uma diferença de potencial não nula no nó interno de comparação gerada pela ação do pré-filtro.

3.6.4 Sinal de controle U(s)

A saída do sinal do controlador por avanço de fase, denominada $U(s)$ é vista na Fig. 33, e apresentou o comportamento dinâmico esperado, caracterizado por um pico inicial de amplitude seguido pela convergência suave para o estado estacionário.

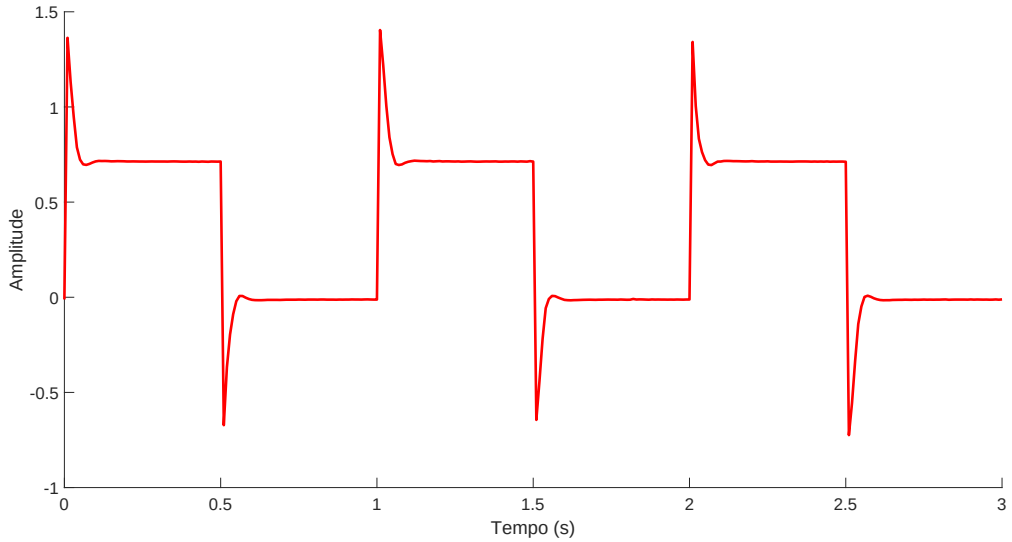

Figura 33: Sinal experimental de saída U(s) no domínio do tempo do controlador por avanço K(s)

O perfil do sinal exibe um sobressinal característico durante o seu período transiente, o qual se mostra essencial para viabilizar a redução do tempo de subida em comparação ao desempenho do sistema original. Após a ocorrência desse impulso inicial, nota-se claramente que a saída estabiliza-se de maneira rápida, confirmando de forma prática que o posicionamento dos polos e dos zeros do controlador foi realizado de modo adequado para elevar a margem de fase. Esse ajuste garante, consequentemente, a plena estabilidade da planta em regime permanente quando submetida a uma entrada de degrau unitário

3.6.5 Sinal de saída Y(s)

A saída do sinal da planta, tecnicamente denominada $Y(s)$ e aqui representada no domínio do tempo, encontra-se detalhadamente apresentada na Fig. 34. Nota-se, por meio da análise do gráfico, que o sinal atingiu a amplitude final de 1 V, valor este que é rigorosamente idêntico ao sinal de referência da entrada $R(s)$, o que evidencia de forma clara que o sistema está seguindo a referência de maneira fidedigna e precisa. Em termos de desempenho de controle e análise dinâmica, este comportamento confirma que a estratégia de pré-compensação adotada foi plenamente eficaz, resultando na obtenção de um erro de regime permanente nulo em relação à aplicação da entrada degrau unitário.

Ainda no domínio do tempo, observa-se que o sinal exibe um sobressinal característico durante o seu período transitório inicial. Esse fenômeno físico confirma que o sistema possui,

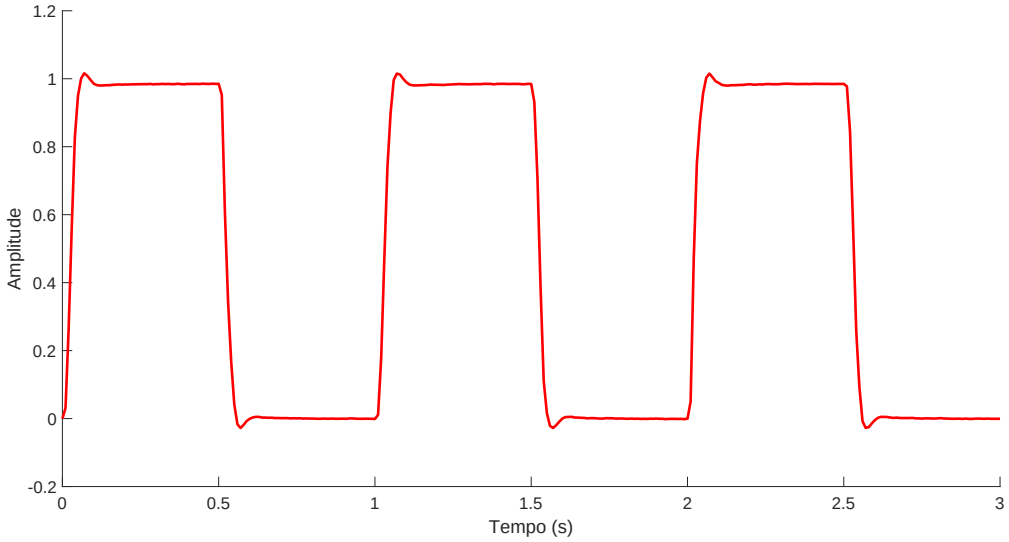

Figura 34: Sinal experimental de saída Y(s) no domínio do tempo da planta P(s)

em sua função de transferência, um par de polos complexos conjugados predominantes, o que confere à planta uma resposta do tipo subamortecida. Após essa breve oscilação inicial inerente ao processo, o sinal converge com rapidez para o regime permanente, demonstrando de forma robusta a estabilidade da malha fechada e a plena capacidade da planta em manter o nível de saída desejado sem desvios. Dessa maneira, a resposta temporal obtida para a variável de saída $Y(s)$ ratifica o cumprimento integral dos objetivos estabelecidos para o projeto de controle, uma vez que o sistema demonstrou ser capaz de seguir a excitação de entrada com exatidão.

4 CONCLUSÃO

A teoria de controle, fundamental nos dias atuais, possui uma natureza intrinsecamente matemática e complexa, sendo um assunto de suma importância na graduação em engenharia. A condução de atividades experimentais, amplamente comprovada na literatura, proporciona diferentes ganhos aos estudantes, favorecendo a consolidação dos conceitos teóricos e o desenvolvimento de competências práticas. Assim, este trabalho reforça a relevância da integração entre teoria e prática no processo de formação acadêmica, destacando que experiências laboratoriais não apenas ampliam a compreensão dos conteúdos, mas também estimulam a autonomia, o pensamento crítico e a capacidade de aplicação em situações reais.

O desenvolvimento deste trabalho partiu do projeto em simulação utilizando os softwares LTspice e MATLAB, realizado em paralelo ao desenvolvimento de toda a matemática analítica. Na sequência, definiram-se os projetos de todos os subsistemas da plataforma didática de controle, seguidos pela implementação física dos blocos de controle através da soldagem analógica das placas ponto a ponto, além da execução de diversos testes e avaliações. Todos os sinais foram obtidos via hardware com a plataforma NI ELVIS II em conjunto com a interface do Simulink e a Data Acquisition Toolbox, sendo as etapas de pós-processamento realizadas posteriormente via script no ambiente MATLAB.

Os resultados foram satisfatórios; embora os sinais de simulação tenham sido os mais ideais devido ao caráter do ambiente virtual, os dados experimentais e analíticos mostraram-se compatíveis. O controlador para o erro estacionário garantiu a precisão necessária para que a planta atingisse o valor final desejado com erro de regime permanente nulo em relação à entrada degrau unitário, e o controlador por avanço de fase posicionou os polos de malha fechada na posição desejada, satisfazendo o sobressinal e o tempo de estabilização. Trabalhos futuros visam utilizar essa plataforma didática nas disciplinas de controle da Universidade Federal do ABC, buscando obter resultados práticos sobre o desempenho dos estudantes durante as disciplinas.

REFERÊNCIAS

A. Azemi and E. Yaz. Using MATLAB in a graduate electrical engineering optimal control course. In *Proceedings Frontiers in Education 1997 27th Annual Conference. Teaching and Learning in an Era of Change*, volume 1, pages 13–17 vol.1, 1997. doi: 10.1109/FIE.1997.644801.

M. Baglione and G. del Cerro. Building sustainability into control systems: Preliminary assessment of a new facilities-based and hands-on teaching approach. In *Proceedings of the 2014 Zone 1 Conference of the American Society for Engineering Education*, pages 1–8, 2014. doi: 10.1109/ASEEZone1.2014.6820667.

R. L. Boylestad and L. Nashelsky. *Dispositivos eletrônicos e teoria de circuitos*. Pearson Education do Brasil, São Paulo, 8 edition, 2004. ISBN 9788587918222.

B. Citkuseva Dimitrovska, M. Kukuseva Paneva, and V. Cingoski. Ltspice as a educational tool for teaching electrical circuit analysis. 02 2014.

B. C. Cline, A. Pascarella, R. M. Woollands, and J. L. Rovey. Indirect optimal control techniques for multimode propulsion mission design. *Acta Astronautica*, 223:759–776, 2024. ISSN 0094-5765. doi: 10.1016/j.actaastro.2024.07.020.

D. J. Cox. Hands-on experiments in dynamic systems and control for applied education in robotics and automation. In *2008 World Automation Congress*, pages 1–6, 2008.

H.-V. Dang, T.-V.-A. Nguyen, and D.-H. Nguyen. Accurate real-time design and control of an automatic polymorph glass cutting machine. *Results in Engineering*, 27:106213, 2025. ISSN 2590-1230. doi: 10.1016/j.rineng.2025.106213.

R. C. Dorf and R. H. Bishop. *Sistema de controle mordernos*. LTC, 14 edition, 2024.

W. R. Evans. Control system synthesis by root locus method. *Electrical Engineering*, 69(5): 405–405, 1950. doi: 10.1109/EE.1950.6433836.

G. F. Franklin, J. D. Powell, and A. Emami-Naeini. *Sistemas de Controle para Engenharia*. Bookman, Porto Alegre, 6 edition, 2013. ISBN 9788582600689.

H. F. G. Genari. Modelagem no domínio da frequência. Notas de aula da disciplina Sistemas de Controle, Universidade Federal do ABC (UFABC), 2024.

H. F. G. Genari, E. G. O. Nóbrega, and A. L. Serpa. ES828 - Laboratório de controle de sistemas: Pré-roteiro: Identificação das plantas eletrônicas. Material de aula, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2012.

M. Ghafouri, U. Karaagac, H. Karimi, and J. Mahseredjian. Sub synchronous resonance damping in dfig-based wind farms using optimal control. In *2016 IEEE Power and Energy Society General Meeting (PESGM)*, pages 1–5, 2016. doi: 10.1109/PESGM.2016.7742041.

D. Henriksson, A. Cervin, and K.-E. Årzén. Truetime: Real-time control system simulation with MATLAB/Simulink. In *Proceedings of the Nordic MATLAB Conference*, 2003.

IEEE. The authoritative dictionary of ieee standards terms, seventh edition. *IEEE Std 100-2000*, pages 1–1362, 2000. doi: 10.1109/IEEESTD.2000.322230.

X.-Z. Jin, W.-W. Che, Z.-G. Wu, and H. Wang. Analog control circuit designs for a class of continuous-time adaptive fault-tolerant control systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 52(6):4209–4220, 2022. doi: 10.1109/TCYB.2020.3024913.

P.-Y. Kuo and S.-D. Tsai. An enhanced scheme of multi-stage amplifier with high-speed high-gain blocks and recycling frequency cascode circuitry to improve gain-bandwidth and slew rate. *IEEE Access*, PP:1–1, 09 2019. doi: 10.1109/ACCESS.2019.2940560.

E. Laroche and H. Halalchi. *Asservissement des systèmes linéaires à temps continu: Cours et Exercices*. Université de Strasbourg / École Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg, 2009. Formation d'ingénieurs en partenariat.

B. P. Lathi. *Sinais e Sistemas Lineares*. Bookman, Porto Alegre, 2 edition, 2006. ISBN 9788577803910.

J. López, E. Zalama, and J. Gómez-García-Bermejo. A simulation and control framework for agv based transport systems. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 116:102430, 2022. ISSN 1569-190X. doi: 10.1016/j.simpat.2021.102430.

N. S. Nise. *Engenharia de Sistemas de Controle*. LTC, Rio de Janeiro, 8 edition, 2023. ISBN 9788521638285. E-book.

K. Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Pearson Prentice Hall, São Paulo, 5 edition, 2010.

L. Q. Tran, Y. Sun, R. Guan, J. Saeed, L. Wang, and P. Radcliffe. Development and outcomes of teaching pid control in classroom with hands on learning experience. In *2019 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, pages 1041–1047, 2019. doi: 10.1109/ICIT.2019.8755227.

YanWei. Wleding head control analysis based on the root locus method. In *2011 Second International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering*, pages 936–939, 2011. doi: 10.1109/MACE.2011.5987085.

F. Yari, S. Hashtrudi-Zad, and S. Tafazoli. Robust supervisory control of a spacecraft propulsion system. *20th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace ACA 2016*, 49(17):200–205, 2016. ISSN 2405-8963. doi: 10.1016/j.ifacol.2016.09.035.

APÊNDICE

Para a análise dos dados experimentais obtidos via plataforma de aquisição NI ELVIS II e interface MATLAB/Simulink, foram desenvolvidos diversos scripts de pós-processamento dedicados ao tratamento e à visualização da dinâmica do sistema. Todo o código-fonte foi disponibilizado publicamente em um repositório no GitHub. O acesso ao diretório pode ser realizado através dos protocolos de clonagem listados abaixo:

- **HTTPS:** `https://github.com/julmor/MultiStageControlSystem.git`
- **SSH:** `git@github.com:julmor/MultiStageControlSystem.git`
- **GitHub CLI:** `gh repo clone julmor/MultiStageControlSystem`